

Análisis del efecto tamaño y fallo a cortante en vigas de hormigón

Treball realitzat per:

Eduardo Espinoza Durán

Dirigit per:

Miguel Cervera Ruiz

Gabriel Barbat Vlad

Màster en:

Enginyeria estructural i de la construcció

Barcelona, 10 de mayo del 2019.

Departament d'Enginyeria Civil i Ambiental

TREBALL FINAL DE MÀSTER

RESUMEN

Desde hace varias décadas que los procesos de resolución analítica han ido perdiendo paulatinamente su acogida y, en su lugar, el uso de herramientas computacionales ha cobrado fuerza para resolver problemas de mayor complejidad. El estudio del proceso de fallo en una viga reforzada resulta de un elevado grado de dificultad debido a la gran variedad de fenómenos que inciden en su comportamiento estructural, entre ellos la interacción tensional cortante-flector, la propagación de las fisuras que disminuyen su rigidez, la redistribución de tensiones internas, la capacidad de simular la adherencia entre el esfuerzo y la matriz cementicia, el comportamiento claramente no lineal de los materiales, etc. En el presente trabajo se realiza el estudio de vigas de hormigón, con y sin armadura longitudinal, sometidas a la acción de esfuerzos cortantes y, se analiza a la vez, la influencia del efecto tamaño en su respuesta estructural. Para ello se simulan tres grupos de vigas con el uso de elementos finitos mixtos. En cada grupo se modelan varias vigas que tienen similitud geométrica entre sí para estudiar la importancia del efecto tamaño. A su vez, las vigas de los distintos grupos varían entre sí para tener una noción más amplia de los distintos fenómenos que afectan al comportamiento estructural de una viga, y cómo interactúan entre sí. Dichos resultados son comparados con ensayos experimentales que se obtuvieron de investigaciones anteriores. El objetivo de esto fue estudiar el fenómeno del daño de estos elementos, y a su vez, validar la eficiencia de los elementos finitos mixtos para simular procesos complejos como la fisuración. Tras simular el comportamiento observado en laboratorio, se realiza un estudio de la sensibilidad de los resultados con distintas propiedades. Se obtienen los mecanismos de fallo, las resistencias máximas numéricas y las trayectorias de las fisuras formadas para cada caso. Los resultados obtenidos muestran la capacidad de los elementos finitos mixtos en reproducir con gran precisión los fenómenos observados en laboratorio. Por último, se hacen comparaciones entre los resultados obtenidos, resaltando la gran importancia del efecto tamaño y la necesidad de tener en cuenta este fenómeno como criterio para cada uno de los análisis de la ingeniería estructural.

ABSTRACT

For several decades analytical methods have gradually lost their popularity and instead the use of computational tools has been gaining strength to solve more complex problems. The study of failure processes in reinforced concrete beams is a complex task due to the great variety of phenomena that affect its structural behavior, such as the interaction between shear and flexural stresses, the propagation of the cracks that decrease the stiffness, the redistribution of internal stresses, the difficulties to simulate the bond between stress and mortar matrix, a clearly non-linear behavior of the materials, etc. In the present work, the study of concrete beams, with and without longitudinal reinforcement, is performed. In particular, the focus of the research is the action of shear forces and, at the same time, the influence of the size effect on the structural response. In turn, the geometry of the beams analyzed varied among themselves to have a broader reflection on the different phenomena that affect the structural behavior and how they interact with each other. These results were compared with experimental tests that were obtained from previous investigations. The main objective of this was to study the phenomenon of fracture of these structural elements and to validate the efficiency of mixed finite elements for modeling damage. After the simulation of the beams tested in the laboratory, a study of the sensitivity of the results with different properties has been carried out. The failure mechanisms, the numerical maximum strength and the trajectories of the cracks formed for each case were captured. The results show the capacity of the mixed elements for replicating with great accuracy the phenomena observed in the laboratory. Finally, the comparison of the results obtained for different beams is made, highlighting the great importance of size effect on the simulated beams and the need to take this phenomenon into account as a criterion for each of the structural engineering analyzes.

AGRADECIMIENTOS

Debo agradecer de manera especial y sincera al profesor Miguel Cervera por aceptarme para realizar esta tesis de máster bajo su dirección. Muchos momentos importantes en el desarrollo de ideas fueron resueltos por su experiencia y amplio conocimiento del tema.

Quiero agradecer también a Gabriel. Su apoyo y confianza en mi trabajo, y sobre todo su capacidad para encaminar mis ideas han sido un aporte invaluable. Su conocimiento, siempre enmarcado en realizar las labores con empeño y rigurosidad, fueron la clave del buen trabajo que cumplimos juntos, el cual considero irrealizable sin su valiosa guía. Haber tenido la paciencia ante mis debilidades y siempre haberme ayudado como tutor y como amigo es algo que tendré en cuenta siempre.

DEDICATORIA

A papá y mamá, ejemplos de humildad y trabajo.

A Tebi y Richie, mi apoyo incondicional.

ÍNDICE

CAPITULO 1. INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS	1
1.1. Introducción	2
1.2. Objetivos	3
1.2.1. Objetivos generales.....	3
1.2.2. Objetivos específicos	4
1.3. Contenido del documento.....	4
CAPITULO 2. ESTADO DEL ARTE.....	5
2.1. Comportamiento no lineal del hormigón.....	6
2.2. Comportamiento del hormigón bajo cargas a cortante.....	6
2.3. Vigas reforzadas sujetas a carga a cortante	7
2.3.1. Distribución de tensiones.....	7
2.4. Mecanismos de fallo de una viga sujeta a cortante [20].....	7
2.4.1. Plastificación de la armadura transversal.....	7
2.4.2. Plastificación de la armadura longitudinal.....	8
2.4.3. Aplastamiento del hormigón.....	8
2.4.4. Deslizamiento de la armadura.....	8
2.5. Mecanismos resistentes al cortante en el hormigón fisurado	9
2.5.1. Efecto arco	9
2.5.2. Efecto dovela	10
2.5.3. Engranaje de áridos.....	10
2.5.4. Tensiones residuales a tracción en el hormigón	11
2.6. Efecto tamaño.....	11
2.7. Modelización de la fractura en el hormigón.....	13
2.7.1. Energía de fractura G_F	13
2.7.2. Proceso de fractura en materiales cuasifrágiles	16
2.8. Modelos que describen el comportamiento a rotura de materiales cuasifrágiles	17
2.8.1. Modelos de fisura cohesiva discreta	17
2.8.2. Modelos continuos.....	18
2.9. Mecánica de daño.....	19
2.10. Elementos finitos mixtos.....	21
2.10.1. Formulación del método de elementos mixtos	22
CAPITULO 3. METODOLOGÍA EN VIGAS SIN REFUERZO	25

3.1. Vigas sin refuerzo, entalla y carga centrada.....	26
3.1.1. Descripción del experimento	26
3.1.2. Consideraciones en la simulación numérica.....	26
3.1.3. Resultados experimentales.....	28
3.1.4. Resultados de la simulación numérica.....	28
3.1.5. Comparación con los resultados experimentales	31
3.2. Vigas sin refuerzo, carga centrada y entalla excéntrica	32
3.2.1. Descripción del experimento	32
3.2.2. Consideraciones en la simulación numérica.....	33
3.2.3. Resultados experimentales.....	34
3.2.4. Resultados de la simulación numérica.....	35
3.2.5. Comparación con los resultados experimentales	37
3.2.6. Comparación entre distintos criterios de falla	38
3.2.7. Comparación entre distintos tamaños de mallas.....	39
CAPITULO 4. METODOLOGÍA EN VIGAS CON REFUERZO	41
4.1. Descripción del experimento.....	42
4.2. Consideraciones en la simulación numérica	43
4.2.1. Materiales	43
4.2.2. Consideraciones del modelo	43
4.2.3. Condiciones de contorno	43
4.2.4. Modelación de materiales y discretización.....	43
4.3. Resultados experimentales	44
4.4. Resultados de la simulación numérica	45
4.4.1. Estudio de sensibilidad de las propiedades.....	48
4.5. Comparación con los resultados experimentales.....	51
CAPITULO 5. CONCLUSIONES Y FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN.....	53
5.1. Conclusiones del trabajo	54
5.2. Futuras líneas de investigación:	54
CAPITULO 6. REFERENCIAS.....	55

ÍNDICE DE FIGURAS

Fig. 2.1: Tensiones y parámetros considerados en el modelo <i>strut and tie</i>	7
Fig. 2.2: Mecanismos de falla a cortante	9
Fig. 2.3: Efecto arco del esquema explicado por Leonhardt [24].....	10
Fig. 2.4: Mecanismos de transferencia de cortante.....	10
Fig. 2.5: Equilibrio de cuerpo libre y fuerzas internas debido a los mecanismos de fuerzas producidos por cortante. La tensión por arco está representada por V_c , la tensión residual por hormigón por V_t , el efecto dovela por V_d y el engranaje de áridos por V_a	11
Fig. 2.6: Efecto tamaño de acuerdo con el criterio de resistencia lineal y no lineal de la mecánica de fractura.....	12
Fig. 2.7: Modos de deformación de falla.....	14
Fig. 2.8: Zona de proceso de fractura en agrietamiento.....	16
Fig. 2.9: a) Región de deformación por ablandamiento con el módulo de elasticidad efectivo reducido dentro de la FPZ y b) Modelo de fisura ficticia con tracción de ablandamiento dentro de FPZ	17
Fig. 3.1: Geometría de las vigas modeladas	26
Fig. 3.2: Mallado para grupo de vigas sin excentricidad, tamaño de elemento = 0.01 m.....	28
Fig. 3.3: Gráficas carga promedio vs CMOD de ensayos experimentales realizados por Grégoire et al. [3]	28
Fig. 3.4: Perfiles de daño para los distintos especímenes analizados con diferentes profundidades de entalla	29
Fig. 3.5: Curva carga-CMOD para especímenes $i=1$ (half-notched).....	30
Fig. 3.6: Curva carga-CMOD para especímenes $i=2$ (fifth-notched)	30
Fig. 3.7: Curva carga-CMOD para especímenes $i=3$ (unnotched)	30
Fig. 3.8: Vigas cargadas excéntricamente bajo carga puntual ensayadas por García-Álvarez: Geometría, esquema de carga y condiciones de contorno [51]	33
Figura 3.9: Mallado para grupo de vigas con excentricidad $e = 0.625$, tamaño de elemento = 0.01 m.....	34
Figura 3.10: Esquema de fisuración recogida experimentalmente por García-Álvarez et al. para vigas con excentricidad de carga $e_0 = 0.625$ y $e_0 = 0.3125$ respectivamente.	35
Figura 3.11: Ensayos en vigas excéntricamente cargadas. Comparación numérica y experimental realizada por De-Cheng Feng et al. con el método de <i>phase field</i>	35
Figura 3.12: Perfiles de daño para las vigas de tamaño medio ($D = 160$ mm) con distintas excentricidades de entalla.....	36
Figura 3.13: Curvas comparativas carga vs CMOD para vigas con excentricidad $e = 0.3125$	36
Figura 3.14: Curvas comparativas carga vs CMOD para vigas con excentricidad $e = 0.625$	37
Figura 3.15: Comparativa de las grietas calculadas numéricamente y los ensayos experimentales	38
Fig. 3.16: Modelización de viga con criterio de daño de Rankine isotrópico	39
Fig. 3.17: Modelización de viga con criterio de daño de Drucker-Prager.....	39
Figura 3.18: Comparativa de resultados con tamaño de malla refinada, usando Rankine ortotrópico	40
Figura 3.19: Curvas carga vs CMOD para distintos tamaños de mallado.....	40

Fig. 4.1: (a,b,c) Secciones transversales de las tres vigas de estudio. d) Esquema de la geometría de la viga reforzada longitudinalmente [29]	42
Figura 4.2: Mallado de viga S1D18a108, con elementos 1x1 cm	44
Figura 4.3: Patrones de falla típicos para distintas vigas dependiendo de la relación de radio a/D para diferentes modos de falla de vigas de la Serie 1 [29]	45
Figura 4.4: Perfiles de daño obtenidos por la simulación numérica para las vigas serie S1D18a108 ($\eta_a = 6$), S1D36a108 ($\eta_a = 3$) y S1D18a108 ($\eta_a = 1.5$), respectivamente.....	46
Figura 4.5: Curva numérica force - deflection, donde $P = f(u)$ para vigas con refuerzo. Serie S1D18a108 ($\eta_a = 6$)	46
Figura 4.6: Curva numérica force - deflection, donde $P = f(u)$ para vigas con refuerzo. Serie S1D36a108 ($\eta_a = 3$)	47
Figura 4.7: Curva numérica force - deflection, donde $P = f(u)$ para vigas con refuerzo. Serie S1D72a108 ($\eta_a = 1.5$)	47
Figura 4.8: Curva comparativa carga-desplazamiento para viga serie S1D36a108 para distintos valores de f_t	48
Figura 4.9: Tensiones principales en viga con $f_t = 5.0$ MPa en el paso previo a la rotura.....	49
Figura 4.10: Tensiones principales en viga con $f_t = 2.0$ MPa en el paso previo a la rotura.....	49
Figura 4.11: Curva comparativa carga-desplazamiento para viga serie S1D36a108 para distintos valores de G_f	50
Figura 4.12: Resultados obtenidos numéricamente y comparados con las muestras ensayadas por Suchorzewski et al. [4]	52

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 3.1: Propiedades mecánicas del de vigas sin excentricidad de muestra	27
Tabla 3.2: Comparativa de picos máximos de resistencia en vigas Grégoire, $\lambda = 0.5$	31
Tabla 3.3: Comparativa de picos máximos de resistencia en vigas Grégoire, $\lambda = 0.2$	32
Tabla 3.4: Comparativa de picos máximos de resistencia en vigas Grégoire, $\lambda = 0$	32
Tabla 3.5: Propiedades mecánicas de vigas con entalla excéntrica	33
Tabla 3.6: Comparativa de picos máximos de resistencia en vigas con excentricidad, $e = 0.312538$	
Tabla 3.7: Comparativa de picos máximos de resistencia en vigas con excentricidad, $e = 0.362538$	
Tabla 4.1: Propiedades de los materiales para grupo vigas reforzadas.....	43
Tabla 4.2: Resultados de las variaciones de la resistencia a tracción para el análisis numérico de la viga serie S1D36a108.....	49
Tabla 4.3: Resultados de las variaciones de la energía de fractura para el análisis numérico de la viga serie S1D36a108.....	50

CAPITULO 1. INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

1.1. Introducción

El fallo por cortante es uno de los temas de estudio que más ha incumbido a los ingenieros debido a la variedad de factores que se deben considerar en su análisis. El estudio del proceso de fallo en una viga reforzada aún ahora resulta de un elevado grado de complejidad debido a que la interacción del refuerzo y el hormigón presenta respuestas mecánicas con un comportamiento claramente no lineal. Este último además tiene un comportamiento muy distinto a tracción y a compresión. La dificultad del problema nace de los diferentes fenómenos que interactúan en el proceso de falla, desde la propagación de fisuras, la transferencia de esfuerzos de compresión desde el punto de aplicación con dirección a los apoyos, el efecto pasador, el deslizamiento entre las barras y la matriz de hormigón, entre otras.

Teniendo en cuenta que el hormigón es un material manifiestamente heterogéneo y, en una viga reforzada sometida a cargas externas, es necesario analizar por separado los esfuerzos a los que la estructura va a ser sometida. En el caso de elementos expuestos a tracción, la rotura es esencialmente distinta a la producida por compresión. En el caso de la primera, se produce un tipo de falla de forma cuasifrágil propia de los materiales endebles. Por lo tanto, la pérdida de la capacidad portante del material, tanto en compresión como en tracción, debe analizarse teniendo en cuenta los fenómenos que preceden a la rotura y que aparecen en la estructura mucho antes que se produzca la falla propiamente dicha.

Hace ya varias décadas que los procesos de resolución analítica han perdido paulatinamente su acogida y en su lugar, el uso de elementos finitos ha ido cobrando fuerza para el análisis del problema. Se han planteado varias teorías y enfoques que usualmente difieren en: a) modelos de comportamiento del material; b) formulación de los elementos; c) procedimiento de solución. En términos generales, la variación de cada uno de estos parámetros dará mejores o peores resultados en función del resultado que se busque ajustar, y sobre las situaciones de carga que se vayan a modelar. No existe un único método que funcione perfectamente, en un rango más o menos generalizable, para todos las estructuras y materiales que se pueden encontrar en la práctica. Es por ello interesante observar todas las consideraciones que han ido desarrollando los investigadores en aras de modelizar la fisuración en distintos tipos de elementos estructurales.

La simulación numérica de estructuras de hormigón reforzado se puede realizar a distintas escalas. El mallado de EF generado representa las características físicas y mecánicas de cada uno de los materiales, habiendo que usar criterios adicionales para crear la interacción entre hormigón y acero. Conforme han mejorado las prestaciones de los ordenadores modernos, es posible realizar cada vez cálculos más complejos y trabajosos. Estos procesos implican un alto coste computacional ya que el grado de precisión requiere de una malla de elementos finitos muy pequeña.

En la actualidad se puede encontrar suficiente bibliografía de varios modelos que describen convenientemente el comportamiento del hormigón reforzado. No obstante, como señalan Segrera et al. [1], estos tienden a perder credibilidad porque presentan las siguientes restricciones:

- 1) No se tiene un algoritmo que prevea la trayectoria de la fisura sin depender de la orientación del mallado.
- 2) Se pierde contexto propio de la mecánica del medio continuo al comienzo de fracturación, teniendo que recurrirse a relaciones adicionales para simular mejor el comportamiento mecánico entre las caras de una fisura.

Por otro lado, las formulaciones mixtas aproximan la deformación (o la tensión, en otros campos de interés) de manera independiente del campo de los desplazamientos [2]. De esta manera es posible calcular los campos de tensiones y deformaciones con mayor precisión, lo que entrega una respuesta más real del comportamiento no lineal de las estructuras. Esto también implica que se logra mayor exactitud en la previsión de la trayectoria de las grietas en comparación con la formulación estándar, donde la dependencia de la malla puede tener una mayor incidencia. Esto garantiza resultados convergentes al calcular las trayectorias de grietas, los mecanismos de falla y las cargas últimas, produciendo soluciones prácticamente independientes de la malla, teniendo en consideración las leyes de plasticidad y daño constitutivo.

El objetivo de esta tesis es modelar el comportamiento de vigas de hormigón reforzado a través de elementos finitos mixtos y estudiar su capacidad de predecir su comportamiento no lineal a cortante. Asimismo, se estudia la capacidad de los elementos finitos mixtos en simular la influencia que tiene el efecto tamaño en cuanto a la resistencia que alcanza previo al fallo. Para ello se procede a simular numéricamente las campañas experimentales llevadas a cabo por Grégoire et al. [3] y Suchorzewski et al. [4], y por el ensayo experimental realizado en el informe de Víctor García-Álvarez, Ravindra Gettu e Ignacio Carol [5], donde ambos fenómenos fueron estudiados mediante el ensayo de vigas. El objetivo es conseguir reproducir con las simulaciones numéricas el comportamiento observado en el laboratorio en términos de:

- Mecanismo de fallo
- Curvas fuerza-desplazamiento
- Carga máxima
- Distribución de las fisuras observadas

Para el presente trabajo se utilizará la formulación de métodos de EF mixtos estabilizados, propuesta por Cervera, Chiumenti y Codina [6]. Cabe indicar que la eficiencia de este modelo en los fenómenos de torsión y flexión fue estudiada previamente en publicaciones recientes realizadas por Barbat, Cervera y Chiumenti [7], [8]. Se considera, además, la disminución de la resistencia nominal, así como la variación de la fragilidad (relación entre la energía consumida durante el proceso de carga antes y después del pico esfuerzo-deformación) que afecta al elemento estructural debidas al efecto tamaño. Este comportamiento puede ser rotundamente observado en vigas sin refuerzo a cortante en el que existe un mecanismo de fractura diagonal a la tracción y el corte. Como se aprecia en estudios anteriores realizados por Bazant [9], Rios & Riera [10], Suchorzewski, Korol, Tejchman, & Mróz [4], Althin & Lippe [11] y Jeong, Kim, Kim, Lee, & Kim [12], las fisuras diagonales tienden a seguir trayectorias similares independientemente de su tamaño, siempre que este sea geométricamente similar. Dado esto, el parámetro que cambia es la capacidad de carga última, que está en función de sus medidas relativas, y lo cual nos lleva a la noción del efecto tamaño que se verá más adelante.

1.2. Objetivos

1.2.1. Objetivos generales

El objetivo de esta tesis consiste en modelizar un conjunto de vigas de diferentes tamaños y propiedades mecánicas por medio de elementos finitos. Todo el proceso que esto involucra, entre ello entender la importancia de ciertos factores, el análisis de resultados, la interpretación de los mismos, y finalmente la presentación en este informe.

1.2.2. Objetivos específicos

Con el presente estudio se pretende lo siguiente:

- 1) Aplicar la formulación de elementos mixtos para la revisión del comportamiento a cortante en el cálculo de vigas, con y sin refuerzo longitudinal.
- 2) Analizar la capacidad de los elementos finitos mixtos en modelizar el comportamiento mecánico de las vigas, incluyendo efecto tamaño y la rotura cuando están sometidas a esfuerzos cortantes.
- 3) Comprobar que la formulación es capaz de reproducir correctamente los resultados observados en laboratorio, particularmente referente a las trayectorias de las fisuras, mecanismos de fallo, capacidad portante y curvas fuerza-desplazamiento de las vigas.
- 4) Reproducir el fenómeno del *efecto tamaño* en vigas geométricamente escalonadas para estudiar su importancia.

1.3. Contenido del documento

El presente trabajo iniciará con una breve introducción del comportamiento de vigas reforzadas sujetas a cargas de cortante. De manera concisa se hablará sobre los mecanismos de falla por cortante y procesos de transferencia de tensiones cortantes en hormigón fisurado. Posteriormente, se describirá el efecto tamaño y sus implicaciones en vigas sometidas a cortante. Esto incluye: influencia en elementos con y sin refuerzo longitudinal de acero. Luego, a modo de compendio, se presenta la formulación del método de elementos mixtos desarrollado por Cervera, Chiumenti & Codina [6], lo que incluye el modelo constitutivo usado así como conceptos principales, como energía de fractura y modos de falla. Finalmente, debido a que se compararon dos tipos distintos de vigas, se presenta la metodología tomada para la simulación de cada una de ellas, así como la comparación cualitativa con los modelos experimentales. En esta sección se tocarán los siguientes temas:

- Geometría
- Condiciones de contorno.
- Caracterización de los materiales
- Proceso de carga
- Criterios de convergencia
- Discretización de malla
- Consideraciones en tolerancia e iteraciones

Para verificar la validez del método, primero se realizará este análisis en un grupo de vigas sin refuerzo longitudinal, escaladas en 2 dimensiones y que presenta una entalla y una carga excéntrica. Los resultados serán analizados comparados por los obtenidos por Grégoire et al. [3], de forma que se pueda apreciar la importancia del efecto tamaño en la pérdida de resistencia nominal. Para un segundo grupo de vigas, se usará los resultados publicados por Suchorzewski et al. [4]

El último capítulo de esta tesis presenta las conclusiones y recomendaciones sobre los hallazgos obtenidos en la realización de la misma. Es preciso acotar que todos los cálculos, así como las simulaciones necesarias, serán efectuadas en el software GiD 13.1.11d.

CAPITULO 2. ESTADO DEL ARTE

2.1. Comportamiento no lineal del hormigón

En el análisis tradicional de estructuras se usan teorías cuyos fundamentos datan de la mecánica clásica, y cuyas hipótesis de partida implican la existencia de tensiones normales en una sección transversal o, en algunos casos, la combinación de tensiones tangenciales y normales de manera más o menos simplificada. El hormigón es un material cuyas resistencias a compresión y tracción tienen magnitudes distintas, es por esto que la contribución del hormigón a tracción se desprecia en los análisis referentes a la seguridad frente al colapso de las estructuras [13]. En este marco, al existir sólo esfuerzos normales a la sección, las fisuras siempre son perpendiculares a las tensiones aplicadas y paralelas a la sección y el material puede seguir considerándose isótropo, y por lo cual se considera que las tensiones axiales producen únicamente deformaciones axiales [14]. Sin embargo, los esfuerzos tangenciales generan cierta inclinación de las tensiones principales de las fibras, produciendo la aparición de fisuras oblicuas. En consecuencia, una tensión normal en una fibra producirá deformaciones de cortante por lo que se puede inducir que el material ya no será isótropo. Teniendo en cuenta que se existe esta anisotropía provocada por la fisuración, los esfuerzos normales y tangenciales tienen una interacción que las hipótesis clásicas de elasticidad lineal no consideran.

2.2. Comportamiento del hormigón bajo cargas a cortante

Las tensiones por cortante aparecen en un elemento como consecuencia de la variación que presenta la ley de momentos flectores a lo largo de la luz de la viga. Debido a la actuación de los esfuerzos transversales, el comportamiento de un elemento de hormigón armado es complejo al tenerse en cuenta mecanismos resistentes en lugar de planos. Dado esto, el estudio sección a sección no resulta viable, por lo que se debe considerar toda la pieza. En principio, las tensiones tangenciales creadas por el cortante y el torsor, tienden a inclinar las tensiones principales de tracción con respecto a la directriz inicial. [15]

Una vez que el hormigón empieza a ser cargado a tensión uniaxial, su comportamiento es claramente elástico y está regido por su rigidez. Una vez llegado a una brecha de hasta el 80% de su resistencia a tensión f_t , las primeras microfisuras empiezan a desarrollarse, expandiéndose a su vez a lo largo del elemento, lo cual incluye también una reducción de la rigidez [14]. Para cargas reducidas, las tensiones de tracción no superan la resistencia propia a tracción del material. Sin embargo, cuando estas cargas se incrementan, el hormigón inicia el proceso de fractura y se produce un reajuste de las tensiones entre el hormigón y las armaduras. Después de que el hormigón se ha fisurado, o cuando el material se vuelve demasiado anisotrópico, la falla por ocurre en los planos débiles del material. Ya que el hormigón presenta propiedades de un material cuasifrágil, las tensiones de tracción no se reducen a cero al alcanzar la carga de tracción final [16]. Luego del pico esfuerzo-deformación, el daño del hormigón empieza a localizarse en una zona de fractura que es la sección más débil. Tras un proceso de carga adicional, la tensión de tracción se reduce gradualmente a medida que aumenta la deformación, hasta que, finalmente, se produce una separación completa. La rama de descarga de la curva de tensión-deformación se conoce como la zona de ablandamiento.

Por otro lado, el hormigón cargado a compresión uniaxial tiene un comportamiento distinto al de tracción. La curva tensión-deformación se comporta de manera lineal hasta un 40% del pico de su resistencia a compresión f_c . Más allá de ello, el material se comporta de manera no lineal hasta alcanzar el pico de tensiones con un decremento de la rigidez debido al microfisuramiento [17]. Cuando se alcanza la máxima resistencia a compresión, se empiezan a formar macro fisuras y el elemento comienza a mostrar una reducción de su capacidad de carga.

2.3. Vigas reforzadas sujetas a carga a cortante

Como se vio en el apartado anterior, el hormigón tiene un comportamiento propio cuando es sometido a cargas uniaxiales. A continuación, se discute la distribución de tensiones y los mecanismos de falla cuando presenta además refuerzo de acero.

2.3.1. Distribución de tensiones

La transferencia del esfuerzo a cortante puede ser entendida, de manera análoga, a través de lo que ocurre en una celosía. En ésta se tiene una cabeza comprimida de hormigón, y, a la vez, una zona que soporta los esfuerzos de tracción, que, en la práctica, coincide con la posición de la armadura longitudinal de acero. En esto se tienen bielas inclinadas entre fisuras y tirantes de hormigón inclinados que ayudan a mantener “unidas” las fisuras hasta que el elemento alcanza el pico de carga. Estos tirantes de hormigón cumplen la función de soportar las tensiones de tracción residuales [18]. Como se puede intuir, la inclinación de tales tirantes está ligada a la de la fisura en sí, buscando la ortogonalidad para aprovechar la resistencia del acero. A medida que la carga aumenta, el ancho de la fisura también tiende a aumentar, de manera que el ángulo del tirante con la horizontal también lo hace a la par [19]. En la Fig. 2.1 se presenta un esquema de lo ya descrito.

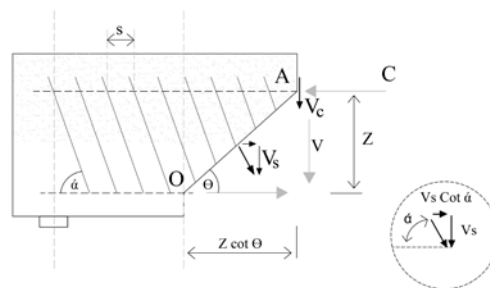


Fig. 2.1: Tensiones y parámetros considerados en el modelo *strut and tie*

Los mecanismos resistentes que se desarrollan en una viga de hormigón armado, según el ASCE-ACI 445 [13], son: a) la contribución de la zona de compresión no fisurada, b) el esfuerzo aportado por las tensiones residuales y de fricción, c) el cortante resistido por la armadura transversal y d) el efecto pasador. Otros estudios realizados por Antonio Marí et al. [18] señalan la importancia en la contribución a la resistencia a cortante de cada uno de estos mecanismos, siendo de particular valor el nivel de carga y la apertura de la fisura. Cuanto mayor es la última, menos es la tensión de cortante transferida entre la grieta de las fisuras y mayor la tensión tomada por la parte de hormigón no fisurada. A continuación, se describe brevemente los distintos mecanismos de falla.

2.4. Mecanismos de fallo de una viga sujeta a cortante [20]

2.4.1. Plastificación de la armadura transversal

Para que el diseño estructural funcione correctamente, lo que se espera es que el refuerzo a cortante plastifique antes que el fallo ocurra. Este mecanismo estará acompañado por una deformación previa, la

cual sirve de aviso sobre el trabajo de la viga. No hay situaciones típicas de carga en que sólo ocurra este tipo de falla. Cuando se presentan esfuerzos de cortante, los estribos no trabajan para resistir estas tensiones si no son atravesados por una fisura inclinada [15]. Asumiendo esto, la separación mínima entre la armadura transversal tiene que ser inferior al canto efectivo para que la fisura atraviese los cercos, con lo que el hormigón va a trabajar bajo esta sollicitación. Ésta es una primera consideración a tener en cuenta bajo este mecanismo resistente, sin embargo, también es necesario restringir esta separación a un valor d o menor para que la armadura contribuya a la resistencia del elemento estructural.

2.4.2. Plastificación de la armadura longitudinal

En este caso la armadura longitudinal plastificará antes del fallo. Si los estribos no son suficientes para aguantar las tracciones, las fisuras aparecen en la zona en que se combina la flexión y cortante, ocasionando una disminución de la capacidad resistente del hormigón comprimido. Se produce cuando la componente longitudinal de las tensiones diagonales de compresión es equilibrada por una fuerza de tracción de un valor igual al de la armadura longitudinal. La fuerza de la armadura está dada por el valor del momento flector de la sección, el cual se calcula como el valor dado por $0,9d$ [21]. Este valor varía según las normas, pero según Hernández y Gil [22], en el estudio de cortante de piezas de hormigón armado, se puede utilizar dicho valor.

2.4.3. Aplastamiento del hormigón

El esfuerzo cortante genera tensiones de compresión en el alma. Este tipo de falla usualmente ocurre cuando la estructura tiene un alto radio de acero de refuerzo en una pequeña sección de hormigón. Esto implica que, si una viga es reforzada con una gran cantidad de estribos, la compresión diagonal puede fallar debido a la fisuración del hormigón antes que los estribos hayan tenido la posibilidad de plastificar. Puede producirse en secciones T o doble T de alma delgada si las tensiones principales de compresión pudiesen superar la resistencia del hormigón [22].

2.4.4. Deslizamiento de la armadura

Ocurre cuando las tensiones de la armadura crecen desde el apoyo al punto de aplicación de la fuerza. El aumento que se presenta se consigue debido a las tensiones de adherencia entre el hormigón y el acero. Si el cortante aumenta y las armaduras no tienen la fuerza de anclaje suficiente, se produce un deslizamiento en las proximidades del apoyo donde las tensiones por cortante tienden a concentrarse. Este tipo de rotura puede generar los siguientes tipos de fisura:

- Por fallo de anclaje: inician de manera longitudinal y tiende a haber una rotación de 45° .
- Por corte de tracción principal excesiva en el hormigón: todas las fisuras tienen una inclinación de 45° .
- Fisuras finas: debidas principalmente a la compresión excesiva en secciones T, I y perfiles esbeltos.

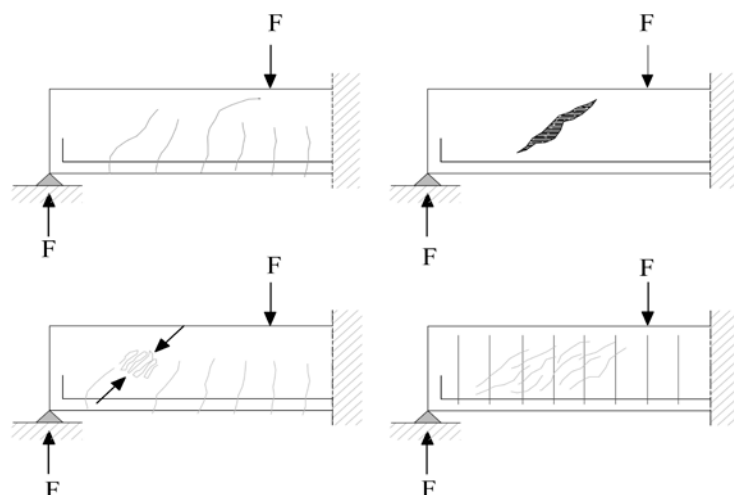


Fig. 2.2: Mecanismos de falla a cortante

2.5. Mecanismos resistentes al cortante en el hormigón fisurado

Cuando el hormigón ha fisurado, los mecanismos de transferencia de cortante o simplemente resistentes dependen de varios procesos internos del material. Un informe del ASCE (American Concrete Institute - American Society of Civil Engineers (ACI-ASCE) Joint Committee 445, 1998) [13] señaló que existen cuatro parámetros principales por los que se transmite el cortante en la superficie de una fisura. Por otro lado, Frénay [17], indicó que estos fenómenos dependen de: a) engranaje de áridos o cortante-fricción, b) el efecto dovela o resistencia a la cizalladura de la armadura longitudinal, c) tensiones axiales del acero, d) tensiones residuales y, e) tensiones de cortante en la zona de compresión. Estos mecanismos dependen directamente del estado de tensiones, la apertura de la grieta y las condiciones de contorno, pero a su vez interactúan de manera conjunta y varían en función de la magnitud que pueda tener cada uno de ellos en el fallo conjunto.

2.5.1. Efecto arco

Durante el mecanismo de cortante se forman tensiones internas que contrarrestan los momentos debidos al brazo mecánico formado en cada sección, pero al mismo tiempo, las fuerzas se mantienen constantes [23]. Esto implica que depende mucho del canto y de la luz de la viga. Debido a esto, una de las funciones de los estribos reside en impedir el desarrollo de las fisuras inclinadas, ya que éstas generan una redistribución de las tensiones internas. Leonhardt [24] observó que una magnitud considerable de las tensiones a cortante son resistidas por un arco superior inclinado (la zona de compresión del hormigón). En este modelo, el comportamiento de una viga es representado parcialmente por un arco y parcialmente por una viga. En la Fig. 2.3 se presenta un esquema de lo señalado.

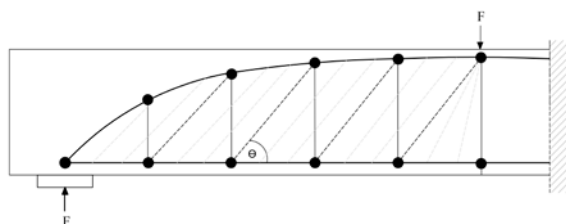


Fig. 2.3: Efecto arco del esquema explicado por Leonhardt [24]

2.5.2. Efecto dovela

Una dovela es una barra de refuerzo cargada por una fuerza transversal. El mecanismo está basado en el comportamiento de la barra y el hormigón que la rodea. Ocurre cuando la fisura crece y la barra longitudinal interfiere su trayectoria, aumentando la resistencia mecánica a cortante. Como resultado, se observa una flexión local y un esfuerzo cortante es observado en los refuerzos [25]. El efecto dovela puede incrementar sustancialmente la resistencia estructural de algunos elementos estructurales, entre ellos las vigas.

En los modelos no lineales, los refuerzos son modelados como vigas sobre una matriz elástica compuesto por hormigón. Por lo tanto, el efecto dovela puede estar afectado por varios factores, como la posición de las varillas de refuerzo a la largo de la sección transversal o la relación de refuerzos longitudinales y transversales.

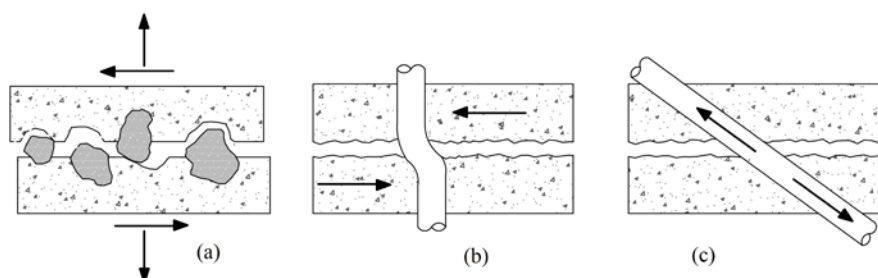


Fig. 2.4: Mecanismos de transferencia de cortante

2.5.3. Engranaje de áridos

En la mezcla heterogénea de hormigón, generalmente la resistencia del agregado va a ser mayor que la resistencia de la matriz de cemento del material. Por lo tanto, la fisuración en el hormigón sucederá a través de la matriz y la unión de la zona entre la matriz y el agregado, como se muestra en la Fig. 2.4 (a). Ya que las partículas de agregados que sobresalen en la cara de la grieta son más grandes que el ancho de la misma, el plano de falla por donde pasan estas partículas tiene una superficie áspera o irregular no recta. Dicho plano incrementa la resistencia contra el deslizamiento, y es capaz de transmitir fuerzas de cortante. La magnitud en la que pueda incidir el engranaje de áridos depende claramente del ancho de la fisura. A mayor ancho de fisura se produce una reducción de este sistema de transmisión debido principalmente a un decremento del área de contacto con las partículas del agregado [25]. Como se puede intuir, el tamaño del agregado es otro factor importante que afecta este mecanismo. Partículas más pequeñas formarán planos más lisos, lo que disminuirá la fricción. Finalmente, otro factor que influye en este proceso es la resistencia del hormigón. Cuando mayor es ésta, la contribución del

engranaje del agregado es incluso menor debido a que la matriz es más sólida y las caras de fractura son más lisas. Mientras mayor resistencia tenga la matriz, la trayectoria de la misma pasará por el elemento de menor resistencia, que en este caso puede llegar a ser el árido [20].

2.5.4. Tensiones residuales a tracción en el hormigón

Cuando se forman las fisuras en el hormigón, éste aún tiene la capacidad de transmitir tensiones a lo largo de la superficie de agrietamiento. Estas tensiones están presentes en el fenómeno hasta que la fisura alcanza un ancho lo suficientemente grande para dejar de suceder la transferencia tensional. Este concepto tiene calado en el cortante total ya que las tracciones residuales son un mecanismo resistente frente al esfuerzo rasante. Aparte de la contribución al cortante, el refuerzo de cortante además ayuda a restringir el crecimiento de fisuras inclinadas y así ayuda a asegurar el comportamiento dúctil [26].

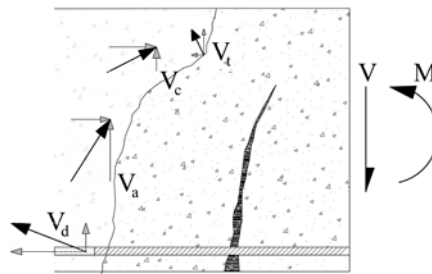


Fig. 2.5: Equilibrio de cuerpo libre y fuerzas internas debido a los mecanismos de fuerzas producidos por cortante. La tensión por arco está representada por V_c , la tensión residual por hormigón por V_t , el efecto dovela por V_d y el engranaje de áridos por V_a

2.6. Efecto tamaño

Conforme se ha avanzado en el estudio de las estructuras en la ingeniería, se ha podido comprobar que el material hormigón tiende a comportarse más frágilmente a medida que su tamaño aumenta. Sin embargo, este fenómeno suele ser ignorado por muchas normas actuales y se usan criterios de diseño de estructuras geoméricamente semejantes, cuyo riesgo no está del lado de la seguridad. Es así como se han propuesto varias conjeturas y enfoques para explicar el efecto tamaño, teniendo en cuenta como primer punto que, al aumentar el canto de una viga, el ancho de fisura previsiblemente también va a desarrollarse, por lo que el engranaje entre los áridos a la vez se reduciría, dando lugar a una fisuración diagonal más temprana. El otro enfoque se basa en conceptos de mecánica de fractura, refiriéndose a temas de liberación de energía; por lo que elementos más grandes, liberan más energía y se forman fisuras más anchas [27].

Entre los principales estudios realizados en la última década, primordialmente por Ríos, Althin, Korol, Suchorzewski, Jeong, H. Kim, Bazant, Marzec et al [4], [9]–[12], [28], [29] demuestran que el efecto tamaño se puede predecir y calcular por medio de la Mecánica de Fractura. Es así que esta rama ayuda a predecir y evaluar la fragilidad estructural de un elemento en función de su tamaño. Es importante señalar que este aumento de fragilidad no está dado solamente por el hecho que en elementos

más grandes se presente mayor heterogeneidad del hormigón ya que este fenómeno se presenta también en materiales idealmente homogéneos.

En general se señala que dos fenómenos básicos son los responsables del efecto tamaño en las propiedades mecánicas de un material: a) la distribución aleatoria de las propiedades locales de un material, y b) la energía necesaria para formar las nuevas superficies que unen las grietas [10]. Para separar el efecto tamaño de otros parámetros que intervienen en el comportamiento a cortante, es necesario considerar estructuras de diferentes tamaños, pero geoméricamente escalonadas (es decir, vigas con la misma relación luz/canto). De acuerdo con el criterio estándar, la falla está definida por la condición $\sigma_N = f_t$ (donde f_t es la resistencia a tracción del hormigón, y σ_N la tensión nominal de falla). Por razones de dimensionalidad, $\sigma_N = c_N P/bd$ donde el coeficiente c_N es independiente del tamaño y caracteriza la forma de la estructura y el tipo de carga, P es la carga, d es la dimensión característica y b es el espesor. Así, si se considera la gráfica del $\log \sigma_N$ vs el $\log \lambda$, siendo $\lambda = d/d_a$ = parámetro adimensional del tamaño y d_a el tamaño máximo del agregado, la locación de todos los estados de falla de acuerdo con cualquier tipo de criterio de resistencia es una línea horizontal (Fig. 2.6). El efecto tamaño en estructuras de hormigón representa una transición gradual de la línea horizontal hacia la línea recta inclinada [9].

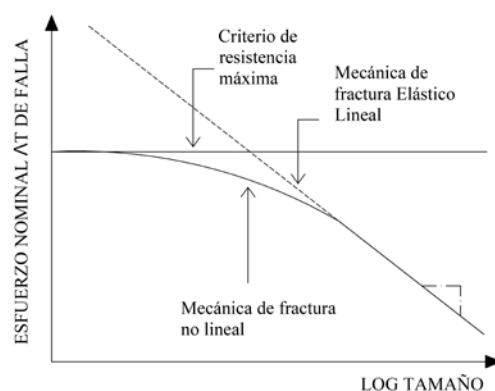


Fig. 2.6: Efecto tamaño de acuerdo con el criterio de resistencia lineal y no lineal de la mecánica de fractura

De acuerdo con las teorías clásicas, como el análisis elástico con esfuerzo permisible, el análisis plástico, así como cualquier otra teoría que use algún tipo de límite de resistencia o criterio de falla en términos de tensión (por ejemplo, viscoelasticidad y viscoplasticidad), σ_N es independiente del tamaño de la estructura. Esto se puede ilustrar, por ejemplo, considerando las fórmulas elásticas y plásticas para la resistencia de las vigas en flexión, corte y torsión (con respecto a la definición $\sigma_N = P_u/bd$ para torsión, teniendo en cuenta que se puede establecer $P_u = T_u/r$ donde T_u es la torsión permitida, P_u es la fuerza que actúa sobre el brazo mecánico, r , de igual manera que r/H o T/U son constantes para estructuras similares de diferentes tamaños; H es la profundidad de la sección transversal y a la longitud de la grieta). Se ve que estas fórmulas son de la misma forma excepto por un factor. Si se grafica el $\log \sigma_N$ vs $\log d$, los estados de falla de acuerdo con un criterio de fuerza o rendimiento siempre están dados por la línea horizontal de la Fig. 2.6.

En el análisis plástico o elástico con una resistencia límite, este parámetro es independiente del tamaño de la estructura. Sin embargo, para materiales cuasi frágiles como el hormigón, la resistencia nominal depende del tamaño de la pieza. Cuando un elemento es cargado, luego de alcanzar el pico de su resistencia máxima, empieza a experimentar un reblandecimiento que le permite seguir deformándose

a un menor nivel de carga. De acuerdo a lo propuesto por Bazant [9] existen, los fenómenos que pueden afectar a un elemento estructural debido al efecto tamaño son: a) calor de hidratación y procesos químicos varios, b) el fenómeno de difusión, c) la fractalidad en las superficies de la fisura, d) el efecto pared, e) la distribución no homogénea de la resistencia del material y f) la energía liberada por el proceso de fisuración y su procedente liberación de esfuerzos. Todos estos tienen una considerable influencia en la forma que tal fenómeno puede afectar al comportamiento estructural del elemento; sin embargo, el que mayor incidencia tiene en la respuesta estructural del material es el último. La mecánica de fractura se ha centrado en analizar el fenómeno de liberación de energía que sucede en un medio continuo a través de la trayectoria que tiene una fisura, lo que se conoce como zona de proceso de fractura (FPZ, por sus siglas en inglés). Anteriormente se suponía que un elemento llegaba a fisurarse al alcanzar la tensión un cierto valor crítico y que la grieta tendía a propagarse en dirección normal a la tensión principal máxima. En el caso del hormigón, el agrietamiento comienza con una aparición de una zona de microfisuración. En esta región (conocida como zona cohesiva) se produce una discontinuidad en desplazamientos, pero el material mantiene la capacidad de transmitir esfuerzos. Más adelante se profundizará los modos de falla y modelos de fisura en el apartado de la modelización de la fractura.

2.7. Modelización de la fractura en el hormigón

Las primeras aproximaciones al campo de la fractura de materiales se formularon como una extensión natural de la teoría clásica de la elasticidad. En esta temática, Inglis [30] estudió la concentración de tensiones en una placa infinita con un orificio de tipo elíptico simulando la presencia de una discontinuidad en el medio. Esta estrategia considera discontinuidades en el campo de los desplazamientos libres de tensión, lo cual provoca que exista una singularidad del campo tensional en la punta de la fisura. Con el paso del tiempo se fueron proponiendo conceptos más complejos, como el de la integral-J [31] como criterio para predecir en qué condiciones va a fallar un elemento estructural previo a la formación de fisuras [32].

2.7.1. Energía de fractura G_F

La energía de fractura G_F requerida para romper una unidad de área de hormigón generalmente se considera una propiedad del material que determina el comportamiento de la fractura del material a través de la relación fundamental entre el esfuerzo cohesivo y la COD en la FPZ, que es la ley de tracción-ablandamiento del hormigón. Al igual que las relaciones constitutivas de un material y que gobiernan su comportamiento, ya sea elástico o inelástico, la ley de tensión-ablandamiento es la relación constitutiva del material en la FPZ que describe el comportamiento transicional del material de un estado continuo a uno discontinuo.

En una curva carga – deformación, el área encerrada por la curva de respuesta y el eje horizontal, representa el trabajo realizado por la carga externa para fisurar la viga. Esto con el supuesto que el crecimiento de la grieta es estable y el trabajo realizado por la carga externa es ocupado únicamente en la propagación de la grieta. Basado en el criterio de energía de Griffith, el agrietamiento en un cuerpo elástico en estado de equilibrio es un proceso energético de transferencia entre la energía de deformación del cuerpo y la energía de fractura requerida para generar una superficie de grieta, de modo que se alcanza un estado de energía potencial mínima del sistema a un punto dado de carga. En tal situación, el trabajo es consumido rompiendo la parte sin entallas de la sección transversa. Llamando W_F al trabajo de la fuerza externa, y A_{lig} al área de ligadura, la energía necesaria para crear una grieta de área unitaria es calculada mediante:

$$G_F = \frac{W_F}{A_{lig}} \quad (2.1)$$

En la mecánica de fractura del hormigón, G_F representa la energía de fractura en modo I, que simplemente se generaliza como energía de fractura. Se distinguen además otros dos modos de falla, todos detallados a continuación:

- Modo I: Apertura derivada de una tensión de tracción normal al plano de fisura.
- Modo II: Esfuerzos tangenciales que actúan paralelos a las caras en la grieta, pero en direcciones opuestas.
- Modo III: Desgarradura transversal que corresponde al desplazamiento de las superficies de fractura en sentidos opuestos, debido a la aplicación de tensión cortante en planos diferentes al plano de fractura.

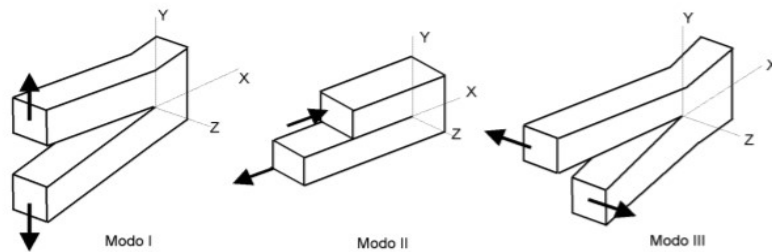


Fig. 2.7: Modos de deformación de falla

2.7.1.1. Tensión de fractura

El aspecto primordial de la mecánica de fractura es definir si una grieta existente en un material de cierta estructura se quedará estable o continuará su trayectoria bajo sus condiciones de tensión. Para rededir tal comportamiento se suele analizar en términos de balance de energía y en términos del campo de tensiones. El criterio energético de agrietamiento fue planteado por Griffith (1921) analizando el problema elástico de tensiones en el vértice. La solución elástica indica que a medida que la zona del vértice (inicialmente concebida como elipsoidal) se vuelve más aguda, las tensiones en el punto se incrementan tanto que tienden al infinito indistintamente de la tensión aplicada [33]. Debido a la singularidad presente en un medio semi infinito, Griffith concluyó que no podría utilizarse la tensión como criterio de extensión de grietas, sino que se debería considerar en términos de balance de energía. Cuando el proceso de fisuración inicia, y conforme soporta los esfuerzos a los que es sometido, la grieta comienza a incrementar su longitud, entrando en un estado de equilibrio inestable y el sistema mecánico traslada energía de la zona no fracturada a la fractura a través de un proceso de conversión de energía elástica en energía de superficie, la cual queda definida como:

$$W = 4a\gamma_s \quad (2.2)$$

Donde γ_s es la energía específica de superficie y $4a$ corresponde al área de la superficie de agrietamiento (la cual corresponde al espesor unitario de longitud $2a$ y que es duplicado debido a las dos caras de la grieta). La equivalencia de energía se expresa matemáticamente como:

$$\frac{dU}{da} = \frac{dW}{da} \quad (2.3)$$

Donde el término dU/da implica una reducción de la energía elástica almacenada. De acuerdo con el criterio de Griffith, para que una grieta se prolongue una longitud da se requiere que la energía elástica descargada por la prolongación de grieta sea igual o mayor a la energía de superficie requerida en sí para que la grieta siga su trayectoria. Si la energía es no es superior a la necesaria para la propagación, entonces se tiene una grieta estable. Estas conclusiones sirvieron para concluir que la fractura resulta de un proceso de transformación de energía, que no depende de la tensión aplicada sino del tamaño de la grieta en sí.

Irwin (1957) hizo aportes fundamentales a tales conceptos. Dedujo que el proceso de fractura se concentra en un solo punto como lo plantea la teoría elástica, sino que se presenta en una zona pequeña que rodea la punta, llamada *zona de proceso de fractura* (FPZ), la misma que, debida a la deformación, absorbe gran cantidad de energía y mantiene las tensiones dentro de un valor finito. A partir de esto, Irwin desarrolló una serie de ecuaciones, dependientes de los distintos modos de falla, los cuales incluían el concepto de *factor de intensidad de tensiones* K_I . Éste constituye un parámetro de similitud para comparar las características de agrietamiento de elementos de un mismo material con diferentes geometrías y longitudes de grieta, pues su principio señala que, si se presentan dos fisuras distintas, pero con un mismo valor de K_I , siendo sometidas al mismo modo de falla, se puede predecir un comportamiento equivalente referente a la estabilidad y dirección de la grieta, debido a que el campo de tensiones es el mismo. Por consiguiente, una grieta se propagará cuando el factor de intensidad de tensiones alcance un valor crítico llamado *factor de intensidad de tensión crítico* K_{IC} , que es el valor que define la tenacidad del material a la fractura.

La fórmula generalizada de Griffith para la disipación de energía es la siguiente:

$$\sigma_f = \sqrt{\frac{2EW_f}{\pi a}} \quad (2.4)$$

donde: W_f es la energía de fractura (que puede incluir los efectos debidos a plasticidad y viscoplasticidad).

2.7.1.2. Zona de proceso de fractura (FPZ)

Como puede observarse en la Fig. 2.9 (a), en la punta de la grieta la tensión tenderá a ser infinita. Claramente el valor de la tensión no puede llegar a ser infinito debido a que el material sufre deformaciones plásticas una vez alcanzado su límite de fluencia, lo que impide que la tensión siga en aumento. Existe, por lo tanto, una distancia hasta la cual se tienen deformaciones plásticas, correspondientes a un círculo teórico de radio r_p . Irwin encontró que la zona envuelta por este radio experimentalmente era mayor, por lo que propuso una corrección basada en el supuesto que la extensión de la zona plástica era similar a una mayor longitud de grieta debido al aumento de los desplazamientos y de una disminución de la rigidez.

Cuando la FPZ no es despreciable en comparación con el tamaño de la muestra, la solución tiene un trasfondo de no linealidad. Existen dos modelos generales propuestos para resolver este tipo de problemas, en función de cómo sea modelada la FPZ. Los modelos de fisura efectiva y los modelos de fisura cohesiva. Los primeros tienen validez cuando la FPZ no es lo suficientemente grande en relación al tamaño del elemento, y en tal caso, se evalúa la respuesta de la muestra lejos de la punta de la grieta mediante una grieta elástica equivalente [34]. Dentro de esta categoría se pueden analizar los modelos

de la curva R, TPFM (Two Parameter Fracture Model) y el método del efecto tamaño. Por otro lado, los modelos cohesivos se usan cuando la FPZ es grande en comparación con la longitud de grieta. En tal caso, se modela la FPZ mediante dos acercamientos. El primero consiste en asumir que la FPZ se localiza en una línea y está caracterizada por una ley de tensión-deformación en la que se presenta reblandecimiento. La segunda es el llamado Modelo de fisura de banda n en el cual las deformaciones inelásticas dentro de la FPZ se distribuyen en una banda de determinado ancho que teóricamente se ubica al frente de la grieta principal [33].

2.7.2. Proceso de fractura en materiales cuasifrágiles

El hormigón es un material heterogéneo que consiste en agregados y pastas de cemento unidas entre sí, y el material es débil por naturaleza propia, y en tensión, debido a la limitada fuerza de unión y varias microfisuras y fallas preexistentes formadas durante el endurecimiento de la matriz [32]. La resistencia a la tracción del hormigón está en torno al 10% de su resistencia a la compresión. Bajo la carga externa, se forma una zona de tensión cerca de la punta de la grieta, en la que se producen complicados mecanismos de falla. Estos procesos de fractura incluyen microfisuración, deflexión de grietas, ramificación de grietas, y separación del agregado de la matriz, que son ejemplos de mecanismos de endurecimiento inelásticos que coexisten con una grieta cuando se propaga. En el hormigón, la zona inelástica en la punta de la grieta está ampliamente desarrollada y, por lo tanto, en principio, no se puede utilizar LEFM para estudiar la fractura del hormigón. La Fig. 2.8 ilustra esquemáticamente la formación de una zona inelástica en el hormigón, que se conoce como una zona de proceso de fractura (FPZ) que se puede dividir aproximadamente en una zona de transición y una zona de microfisuración, junto con dos idealizaciones de la FPZ.

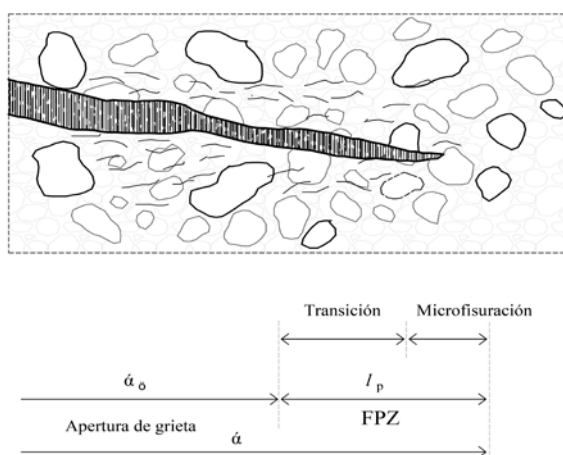


Fig. 2.8: Zona de proceso de fractura en agrietamiento

Dentro de la zona dañada, el módulo de elasticidad efectivo E se reduce a E^* , si la FPZ se modela como una región de reblandecimiento por deformación, como se muestra en la Fig. 2.8 (a). Hillerborg et al. [35] recrearon una grieta ficticia en lugar de la FPZ física y la sometieron a tracciones de cierre, como se muestra en la Fig. 2.9 (b). En ésta, la tensión asociada con los áridos en la zona de transición y las microfisuras, alcanza su valor máximo en la punta de la FPZ y disminuye a cero en la zona de la

fisura donde el desplazamiento de apertura (COD, por sus siglas en inglés) de la grieta alcanza su valor crítico W_c , más allá de la cual la grieta tiende a abrirse. Durante este fenómeno, conocido como ablandamiento, la relación entre la tensión de cierre y el COD, que define la energía de fractura del hormigón, describe el comportamiento local del material dentro de la FPZ cuando la fractura inicia.

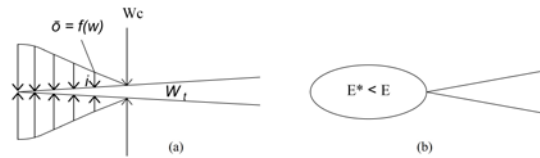


Fig. 2.9: a) Región de deformación por ablandamiento con el módulo de elasticidad efectivo reducido dentro de la FPZ y b) Modelo de fisura ficticia con tracción de ablandamiento dentro de FPZ

2.8. Modelos que describen el comportamiento a rotura de materiales cuasifrágiles

Los modelos para describir el comportamiento en fractura de los materiales cuasifrágiles se pueden representar a través de dos grupos [36]:

- Modelos de fisura discreta: Estos modelos van desde la mecánica de la fractura elástica lineal en el nivel más simple, a los modelos de fisura cohesiva.
- Modelos continuos (que están en términos de los tensores de tensión y deformación): Dentro de este grupo se encuentran los modelos de gradientes, no locales, los modelos de banda (o de fisura cohesiva difusa) y los modelos de singularidad fuerte.

2.8.1. Modelos de fisura cohesiva discreta

El método de fisura cohesiva se propuso por primera vez por Barenblatt y Dugdale [37]. Hillerborg et al. [35] reformuló las bases anteriores asumiendo que la fisura cohesiva se puede desarrollar en cualquier parte de un cuerpo, incluso sin la presencia de microfisuras [36]. Para describir un modelo de fisura cohesiva es necesario definir tres componentes principales:

- El *comportamiento tensión-deformación* del material en ausencia de fisuras cohesivas, descrito por los modelos constitutivos clásicos.
- El *criterio de iniciación*, el cual determina las condiciones en que una fisura empieza a formarse y la orientación que tiene al iniciar el proceso.
- La *ley de evolución* de la fisura cohesiva, que está relacionada con las tensiones transmitidas entre las caras de la grieta.

En materiales cuasifrágiles, es común asumir que el material fuera de la zona de fisura tiene un comportamiento elástico lineal y que aparece una fisura tan pronto como la fuerza nodal normal en los contornos de un elemento finito excede la máxima tensión de tracción que resiste el hormigón, de forma que la orientación de la nueva fisura formada es perpendicular a la tensión principal máxima (modo I de falla). La evolución en la zona de proceso de fractura será constante en el modo I por lo que la tensión cohesiva es una función únicamente de la apertura de la grieta, que para el caso del hormigón es decreciente, y se llama curva de ablandamiento.

2.8.2. Modelos continuos

2.8.2.1. Modelos de fisuración en banda o fisura cohesiva difusa

Los modelos de banda fueron introducidos inicialmente por Rashid [38] y Červenka et al [39]. Originalmente, el modelo de fisuración en banda asume que las grietas están distribuidas sobre cierta banda cuyo ancho es una propiedad del material. Sin embargo, el ancho de la banda de fisura es difícil de medir, y en la práctica se considera que coincide con el tamaño del elemento finito con el que se modela el fenómeno. La curva tensión - deformación se ajusta para mantener fija la energía de fractura G_F . La idea principal del modelo de fisura cohesiva difusa es la descomposición total de la deformación en la suma de la deformación del material (ϵ^e) y la deformación de la fisura (ϵ^f). La deformación material ha sido considerada típicamente solo como la deformación elástica, pero puede también incluirse otros efectos no lineales como la plasticidad. Como se mencionó antes, la longitud característica usada en los modelos de fisura difusa es considerada una propiedad del material. En realidad, las fisuras pueden abrirse durante el proceso de carga y cerrarse en descarga. Una fisura que está en proceso de apertura o cierre se denomina activa. El enfoque de fisura difusa representa la apertura y cierre de la grieta como un aumento y disminución de la deformación grieta respectivamente.

Hay tres tipos de modelos de fisura difusa; fija, múltiple y rotante [40]. El modelo de fisura difusa fija supone que la discontinuidad se desarrolla en forma perpendicular a la dirección principal de tracción una vez superado su valor límite y que la orientación de la fisura se mantiene invariable a lo largo del análisis. Una vez que la grieta ha iniciado, el eje de tensiones principales puede girar durante la carga, y la tensión principal mayor puede exceder la resistencia a tracción. Este inconveniente del modelo de fisura difusa fija se puede remediar permitiendo múltiples fisuras no ortogonales, para lo cual se han desarrollado los modelos de fisura difusa rotante o fisura difusa múltiple.

El modelo de *fisura difusa múltiple* permite la formación inicial considerando más de una grieta. El criterio de iniciación de la primera grieta en Modo I es frecuentemente el criterio de Rankine. Posterior al inicio de la grieta el criterio se basa en el criterio de Rankine. El ángulo límite es la cantidad mínima admisible de rotación del eje de las tensiones principales permitido antes de que una nueva grieta pueda iniciar. La superficie de cada grieta contribuye a la deformación total de la grieta [40].

El modelo de *fisura rotante* como su nombre lo indica, considera que la dirección de fisura puede variar en el tiempo de acuerdo con las direcciones principales de deformación, conforme evoluciona el estado de carga. El fundamento de esta estrategia es principalmente de índole numérico para mejorar el desempeño de los elementos.

El *modelo de banda* es un modelo de fisura difusa basada en el concepto de la mecánica de medios continuos clásica en el cual las relaciones constitutivas son la curva tensión-deformación con ablandamiento junto con la condición de tamaño mínimo de la zona de localización. Esta escala de longitud es de origen numérico que tiene que ser determinado con precisión de acuerdo con un problema particular [36].

La fractura se inicia cuando la tensión en la punta de la grieta llega a la resistencia a la tracción σ_u , en ese momento, la deformación de la fisura (ϵ^f) sigue siendo cero y solo se tiene la deformación elástica del material (ϵ^e). A medida que la grieta se abre, la deformación en la misma comienza a aumentar y la tensión σ comienza a disminuir gradualmente.

2.8.2.2. Modelos no locales [30]

En este tipo de modelos se considera que la ecuación constitutiva no lineal en un punto queda expresada en función de la deformación media en la vecindad del punto. Este valor se calcula a través de integrales ponderadas restringidas a un volumen delimitado fijo. Varios investigadores han propuesto como alternativa que la no localidad quede reducida simplemente a la evolución de variables internas [41]. La porción del dominio adecuada en la cual se extiende la integral la hace depender explícitamente del parámetro de longitud interna l_c . Este tipo de modelos tienen la desventaja que para su implementación se necesita cambiar la estructura básica de los códigos existentes ya que es menester saber de antemano la información correspondiente al entorno de un punto para poder evaluar una variable no local en el mismo [40].

2.8.2.3. Modelos de gradiente

Los modelos de gradiente asumen básicamente que la tensión en un punto material está definida no sólo por la deformación en el mismo, sino también por su derivada espacial. Las formulaciones de gradientes incorporan al modelo constitutivo términos de gradientes espaciales de alto orden donde se consideran variables cinemáticas o internas, dependientes del parámetro de longitud intrínseca del material [32]. Los modelos de gradientes pueden dividirse en dos grupos: a) de gradiente implícito y de gradiente explícito.

Se ha verificado una analogía directa entre las formulaciones no locales y los modelos de gradientes implícitos, para determinadas funciones de peso. De esta forma, utilizando tales esquemas implícitos se asegura el carácter no local del problema con una ventaja adicional: desde el punto de vista computacional poseen la estructura típica de modelos locales. En estas formulaciones de alto orden generalmente se requiere la resolución de una ecuación adicional a la de equilibrio estándar, la cual puede discretizarse utilizando también interpolación por elementos finitos. No es necesario recurrir a la mecánica del continuo completamente no local para obtener modelos regularizados [42]. En general solo es suficiente considerar expansiones en términos de orden superior (en teoría de gradientes) o no localidad (en teorías integrales) para aquellas variables responsables de la evolución del ablandamiento, mientras que las restantes conservan su carácter local.

2.9. Mecánica de daño

La mecánica del daño es una rama de la mecánica del continuo, que incorpora cambios a nivel microestructural del material a través de un número de variables internas, sean estas escalares o tensoriales. Esta ha sido utilizada para modelos que se caracterizan por la pérdida de rigidez denominados modelos de daño continuo, que se emplean para simular diversos materiales que se definen por presentar una degradación irreversible del material. Físicamente la degradación de las propiedades mecánicas del material está diferenciada por el proceso de iniciación que sucede a nivel interno [43]. De manera general todos los modelos de daño se caracterizan por suponer que fruto de unas tensiones actuantes se produce una microfisuración. El objetivo es entonces introducir los efectos de la fisuración con una variable (variable de daño interna), sea esta escalar o tensorial.

En la actualidad existen varias teorías que abordan el daño isotrópico y ortotrópico [27], [42], [44], donde las consideraciones que se toman dependen del material que se quiera modelar y por lo general sigue en constante evolución. El abarque de esta tesis no pretende adentrar en ello, para lo que se puede

revisar la bibliografía señalada. A modo ilustrativo a continuación se detalla el funcionamiento de un modelo de daño isotrópico.

La formulación de daño isotrópico está restringida a problemas en los cuales se pueden asumir las siguientes hipótesis básicas:

- a) Las deformaciones plásticas son despreciables (comportamiento cuasifrágil).
- b) La evolución del daño es el mecanismo disipativo dominante.
- c) Se consideran deformaciones infinitesimales hasta alcanzar la fractura.

De esta manera, el comportamiento de la microfisuras será independiente de la orientación; y, por lo tanto, con una única variable escalar $d \in [0, 1]$ es suficiente para describir completamente del proceso de degradación. La hipótesis de daño isotrópico simplifica considerablemente la teoría del daño continuo. Esta consiste en suponer que el daño es aproximadamente constante en todas las direcciones n posibles. Esto implica que:

$$dn = d, \quad \forall n \quad (2.5)$$

Como ya mencionó, el parámetro d puede tomar valores entre $[0, 1]$, donde $d = 0$ sería en el estado inicial en que el material no está dañado y a medida que la fisuración avanza, d alcanza un valor crítico cercano a la unidad, esto implica que $d = 1$ representa el material totalmente agotado. Un concepto útil para entender el efecto del daño es el de tensión efectiva. A continuación, se describe la relación de equilibrio entre la tensión de Cauchy estándar σ y la tensión efectiva $\bar{\sigma}$. La tensión de Cauchy es igual a la relación entre la fuerza aplicada y el área resistente:

$$\bar{\sigma} = P/A \quad (2.6)$$

La tensión efectiva se define como la fuerza aplicada y el área resistente efectiva:

$$\bar{\sigma} = \frac{P}{A - A_d} \quad (2.7)$$

Una expresión que relaciona la tensión efectiva con la tensión de Cauchy y la variable de daño puede ser obtenida tomando en cuenta la definición de esta última la ecuación 2.7.

$$\sigma = (1 - d)\bar{\sigma} \quad (2.8)$$

donde: $d = 0$ representa el material sano y $d = 1$ representa el material agotado.

Las tensiones de Cauchy y las deformaciones se relacionan por la ley de Hooke.

$$\bar{\sigma} = C : \varepsilon \quad (2.9)$$

donde: C representa el tensor isotrópico de constantes elásticas de cuarto orden y ε el tensor de deformaciones infinitesimales.

2.10. Elementos finitos mixtos

Históricamente se han desarrollado varios modelos de agrietamiento en materiales ortotrópicos. Entre ellos se tienen el de fisura fija, fisura rotante, grietas fijas múltiples, entre otros. El problema de estos modelos es que usan sistemas de elementos estándar cuyos resultados no modelan con mayor precisión la trayectoria que va a tomar la grieta debido a que la solución obtenida tiene dependencia de la malla. Estos inconvenientes se solucionan mediante la adopción de modelos finitos mixtos, donde no se presenta la ambigüedad cinemática propia de los elementos finitos estándar. Cuando se usa la formulación de estos elementos, la convergencia local de la solución, en términos de deformaciones, no se puede garantizar en las zonas de singularidad de la punta de la grieta, incluso cuando se usa la teoría de elasticidad lineal, la convergencia local no está garantizada en tales puntos. Este problema no es debido a la formulación matemática del problema físico, sino que surge en la en la fase de discretización del procedimiento, ya que los modelos discretos son capaces de representar solamente una aproximación numérica del problema sobre el dominio computacional [6]. Cabe señalar que se pueden obtener soluciones bastante aproximadas cambiando la dirección de los elementos una vez que se tiene idea de las trayectorias experimentales, pero el objetivo de los elementos finitos mixtos es obtener un procedimiento objetivo que no dependa de estos factores.

Dentro del enfoque continuo, los elementos finitos mixtos se han empleado y desarrollado recientemente para la mecánica de sólidos, como un remedio alternativo al problema mencionado anteriormente del sesgo de la malla [2], [6]–[8]. Las formulaciones mixtas aproximan el campo de deformaciones de manera independiente del campo de los desplazamientos, en donde éste último se considera la variable principal del problema y el campo de tensión se calcula a posteriori por diferenciación [2]. Utilizada principalmente en la mecánica de fluidos, la característica principal de la formulación mixta es la aproximación simultánea de múltiples campos de interés. La mayor precisión de los elementos finitos mixtos permite reconsiderar el uso de las leyes constitutivas de daños ortotrópicos en los modelos de fisuración. Sin embargo, el uso de estos elementos ha tenido dos limitantes principales: el costo computacional y la falta de estabilidad [45][46]. Por un lado, debido a que los métodos mixtos aproximan las tensiones y los desplazamientos simultáneamente, el consiguiente sistema discreto de ecuaciones involucra muchos más grados de libertad que sus correspondientes formulaciones irreducibles. Por otra parte, el sistema mixto de ecuaciones usualmente es indefinido, por lo que pierde practicidad para la mayoría de las soluciones directa e iterativas [2]. De todas formas, estas dificultades pueden ser evitadas con una implementación adecuada.

En trabajos realizados por Cervera et al. [7], se demostró la validez del método con el uso de estas consideraciones, a la vez que se comprobó la eficacia de predicción de la grieta en una viga bi apoyada con una entalla excéntrica. Posteriormente, en estudios recientes, se ha verificado la eficacia del método en el mecanismo de flexión y torsión, así como en los distintos modos de falla (Modo I, modo II, modo III y modo mixto) y en los problemas bidimensionales y tridimensionales. Para profundizar se puede acudir a las publicaciones de Cervera, Codina, Chiumenti y Barbat [7], [8].

Como resultado, los elementos finitos mixtos muestran, en la práctica, que son capaces de superar muchos de los desafíos planteados para la modelación de elementos en 2D y 3D, proporcionando soluciones confiables y precisas, sin la necesidad de técnicas de rastreo de grietas auxiliares. Entre las ventajas de los elementos mixtos se tienen las siguientes:

- Es variacionalmente consistente en su totalidad. [2][6]
- Se puede formular para pequeñas y grandes deformaciones. [47][48]

- Se aplica igualmente a problemas 2D y 3D. [2]
- No está restringido a una interpolación EF particular, se puede usar con triángulos/tetraedros, cuadriláteros/hexahedros o prismas de cualquier orden. [2][6]
- No depende de la elección de la ecuación constitutiva, se puede aplicar tanto para modelos de plasticidad y/o daños de cualquier tipo. [2][49]
- Puede considerar el comportamiento inelástico isotrópico o direccional. [50]
- Puede acomodar efectos debidos a la viscosidad, ya sean dependientes de la tasa, lineales o no lineales.
- Puede modelar Modo I (extensión), Modo II (corte) y Modo III (rasgado) y la fractura de modo mixto. [48]
- Puede modelar el efecto del tamaño estructural en fractura cuasifrágil. [49]
- Puede acomodar modelos de daños ortotrópicos con efectos unilaterales de cierre de grietas.
- No requiere técnicas de seguimiento de grietas auxiliares. [2][6]

2.10.1. Formulación del método de elementos mixtos

En esta sección, la formulación matricial deformación/desplazamiento es presentada siguiendo los lineamientos descritos por Cervera et al [8]. La notación matricial y vectorial sigue la formulación de Voigt.

2.10.1.1. Forma variacional

En un problema tridimensional las deformaciones, tensiones y fuerzas de cuerpo pueden definirse como los vectores:

$$\mathbf{u} = (u, v, w)^T \quad (2.10)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = (\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{xz})^T \quad (2.11)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{xz})^T \quad (2.12)$$

$$\mathbf{f} = (f_x, f_y, f_z)^T \quad (2.13)$$

Además, los desplazamientos y deformaciones se relacionan de manera local mediante las ecuaciones de compatibilidad locales.

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\delta} \mathbf{u} \quad (2.14)$$

donde $\boldsymbol{\delta}$ es el operador de gradiente diferencial. Las tensiones y fuerzas de cuerpo se relacionan entre sí usando la ecuación de equilibrio simétrico de Cauchy:

$$\boldsymbol{\delta}^T \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{f} = 0 \quad (2.15)$$

Mientras que los esfuerzos y deformaciones se relacionan mediante la ecuación constitutiva:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}_s \boldsymbol{\varepsilon} \quad (2.16)$$

donde \mathbf{D}_s es la matriz secante constitutiva.

Queda en evidencia que en la formulación *deformaciones/desplazamientos* presentada hasta aquí, las deformaciones unitarias también se consideran como incógnitas en adición a los desplazamientos y por lo tanto no son substituidas adicionalmente. Por consiguiente, la formulación fuerte puede ser obtenida multiplicando la ecuación 2.9 por la matriz constitutiva secante \mathbf{D}_s e introduciendo la ecuación 2.11 en 2.10.

$$-\mathbf{D}_s \boldsymbol{\varepsilon} + \mathbf{D}_s \delta \mathbf{u} = 0 \quad (2.17)$$

$$\delta^T (\mathbf{D}_s \boldsymbol{\varepsilon}) + \mathbf{f} = 0 \quad (2.18)$$

Las ecuaciones anteriores indican las condiciones de contorno del problema de la forma fuerte de la formulación mixta. Las condiciones de contorno que actúan en el límite Γ del cuerpo, ya sea como desplazamientos impuestos o tensiones impuestas.

Además, la forma variacional puede ser obtenida de la siguiente manera: multiplicando la ecuación (2.12) con un vector virtual de deformación arbitraria $\delta \boldsymbol{\varepsilon}$ e integrando sobre el dominio del espacio Ω , y, en segundo lugar, multiplicando la ecuación (2.13) con un desplazamiento arbitrario virtual $\delta \mathbf{u}$ e integrando sobre el dominio espacial Ω . Entonces, aplicando el teorema de divergencia es usado en la última ecuación Γ_u asumiendo $\mathbf{u}=0$. Entonces la forma variacional del problema es obtenida:

$$-\int_{\Omega} \delta \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{D}_s \boldsymbol{\varepsilon} d\Omega + \int_{\Omega} \delta \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{D}_s \delta \mathbf{u} d\Omega = 0, \forall \delta \boldsymbol{\varepsilon} \quad (2.19)$$

$$\int_{\Omega} (\delta \mathbf{u})^T (\mathbf{D}_s \boldsymbol{\varepsilon}) d\Omega = \int_{\Omega} (\delta \mathbf{u})^T \mathbf{f} d\Omega + \int_{\Omega} (\delta \mathbf{u})^T \bar{\mathbf{t}} d\Gamma, \forall \delta \mathbf{u} \quad (2.20)$$

Finalmente, el problema variacional mixto consiste en encontrar las incógnitas \mathbf{u} y $\boldsymbol{\varepsilon}$ para las ecuaciones mencionadas, que verifican las condiciones Γ_u y Γ_t .

2.10.1.2. Aproximación por elementos finitos y estabilización

Moviéndose a un dominio discretizado ($\Omega = \cup \Omega_e$) para la aproximación por elementos finitos, los desplazamientos y deformaciones $\boldsymbol{\varepsilon}$ son aproximados por:

$$\mathbf{u} \cong \hat{\mathbf{u}} = \mathbf{N}_u \mathbf{U} \quad (2.21)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} \cong \hat{\boldsymbol{\varepsilon}} = \mathbf{N}_\varepsilon \mathbf{E} \quad (2.22)$$

siendo \mathbf{U} y \mathbf{E} los desplazamientos y deformaciones, respectivamente en los nudos del mallado del elemento finito \mathbf{N}_u y \mathbf{N}_ε donde las funciones de interpolación son adoptadas para elementos finitos.

Además, si se adoptan interpolaciones iguales para las deformaciones y desplazamientos en las ecuaciones (2.16) y (2.17), entonces la estabilidad del problema no es garantizada ya que no se satisface

la condición superior e inferior [45]. Por lo tanto, la estabilización por el Método de Subescalares Ortogonales es usado con el fin de solucionar el problema y asegurar la estabilidad del mismo. Más específicamente, esto se logra sustituyendo la ecuación de deformaciones aproximadas de la ecuación (2.17) con la siguiente forma:

$$\boldsymbol{\varepsilon} \cong \hat{\boldsymbol{\varepsilon}} = \mathbf{N}_\varepsilon \mathbf{E}_\varepsilon + \tau_\varepsilon (\mathbf{B}_u \mathbf{U} - \mathbf{N}_\varepsilon \mathbf{E}) = (1 - \tau_\varepsilon) \mathbf{N}_\varepsilon \mathbf{E} + \tau_\varepsilon \mathbf{B}_u \mathbf{U} \quad (2.23)$$

donde B_u se define como $B_u = \mathfrak{D}N_u$, y τ_ε es un parámetro de estabilización que puede ir desde 0 a 1. Particularmente para $\tau_\varepsilon = 0$ el efecto de la estabilización se pierde, mientras que para $\tau_\varepsilon = 1$ el estándar irreducible de la formulación se recupera.

Después de substituir la ecuación (2.16) y (2.18) para la forma variacional del problema, el sistema de ecuaciones se escribe en forma matricial de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} -\mathbf{M}_\tau & \mathbf{G}_\tau \\ \mathbf{G}_\tau^T & \mathbf{K}_\tau \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{U} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{F} \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

tal que:

$$\mathbf{M}_\tau = (1 - \tau_\varepsilon) \int_{\Omega} \mathbf{N}_\varepsilon^T \mathbf{D}_s \mathbf{N}_\varepsilon d\Omega \quad (2.25)$$

$$\mathbf{G}_\tau = (1 - \tau_\varepsilon) \int_{\Omega} \mathbf{N}_\varepsilon^T \mathbf{D}_s \mathbf{B}_u d\Omega \quad (2.26)$$

$$\mathbf{K}_\tau = (1 - \tau_\varepsilon) \int_{\Omega} \mathbf{B}_u^T \mathbf{D}_s \mathbf{B}_u d\Omega \quad (2.27)$$

$$\mathbf{F} = \int_{\Omega} \mathbf{N}_u^T \mathbf{f} d\Omega + \int_{\Omega} \mathbf{N}_u^T \bar{\mathbf{t}} d\Gamma \quad (2.28)$$

donde $[\mathbf{E} \ \mathbf{U}]^T$ son las deformaciones y desplazamientos en los nodos de la malla, siendo las incógnitas del problema a ser calculadas.

CAPITULO 3. METODOLOGÍA EN VIGAS SIN REFUERZO

El análisis del primer grupo de vigas consistirá en la simulación de la campaña experimental llevada a cabo por D. Grégoire, L. B. Rojas-Solano y G. Pijaudier-Cabot [3], llamado *Failure and size effect for notched and unnotched concrete beams*. En dicha campaña experimental se ensayaron varios especímenes escalonados geométricamente, usando distintas excentricidades con y sin entalla. Posteriormente otros autores como De-Cheng Feng y Jian-Ying Wu usaron esta base para analizar el proceso de fractura usando la metodología *phase field* [51]. El objetivo principal de modelizar este grupo de vigas fue obtener una directriz metodológica para evaluar la validez del método de los elementos mixtos aplicados con cargas a cortante en vigas sin refuerzo. Estos resultados fueron necesarios para posteriormente tener las consideraciones suficientes (en cuanto a discretización de malla, criterios de falla, convergencia de resultados, etc.) para aplicarlas a vigas con refuerzo.

3.1. Vigas sin refuerzo, entalla y carga centrada

3.1.1. Descripción del experimento

El objeto de estudio consiste en una viga simplemente apoyada cargada por una carga simple concentrada en el centro de la misma. El esquema de carga resulta de una fuerza cortante constante a lo largo de la longitud de la viga. La distribución del momento flector varía bilinealmente a lo largo de su longitud con un valor máximo ubicado en el centro de la viga. La viga no presenta refuerzo longitudinal ni transversal. Como se muestra en la Fig. 3.1, el grupo de vigas consiste en cuatro tamaños de especímenes geoméricamente similares, con un espesor constante de 50 mm. La viga tiene una longitud D_n y una luz de $3.5 D_n$, donde el parámetro D_n representa el canto de la viga que varía entre los valores de 400 mm, 200 mm, 100 mm y 50 mm, respectivamente. Se tienen tres relaciones diferentes n de entalla-profundidad, denotadas por el factor lambda; por ejemplo, $\lambda = 0.5, 0.2$ y 0. El ancho de entalla es fijo y constante para todos los especímenes y tiene un valor de 1 mm.

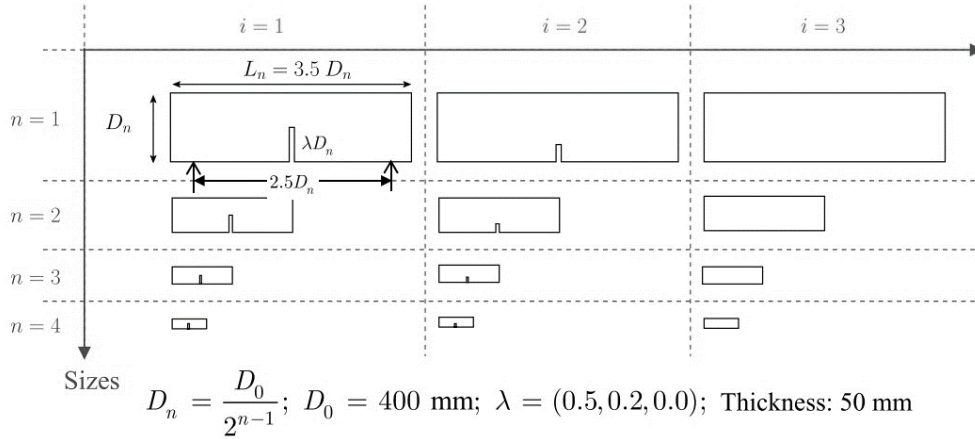


Fig. 3.1: Geometría de las vigas modeladas

3.1.2. Consideraciones en la simulación numérica

3.1.2.1. Materiales

El hormigón será modelizado utilizando un modelo constitutivo de daño isótropo junto con el criterio de fallo de Rankine. Este criterio además es aplicado con el fin de considerar solamente el daño a tracción. Posteriormente se tendrán en cuenta el uso de otros modelos constitutivos, como el de Drucker-Prager con el afán de comparar el grado de aproximación de la trayectoria de la grieta, sobre todo en los modelos de vigas donde se tiene excentricidad de entalla, o en las del grupo B, donde el refuerzo puede requerir otras consideraciones.

Las propiedades de los materiales fueron obtenidas mediante calibración de los ensayos experimentales y los resultados numéricos. Esto incluye la resistencia a tracción f_t , el módulo de elasticidad E_c y la energía de fractura G_f . Los valores considerados se indican en la Tabla 3.1:

Hormigón		
f_t	3.5	[Mpa]
E_c	3.7×10^4	[Mpa]
ν	0.2	
G_f	90	[J/m ²]

Tabla 3.1: Propiedades mecánicas del de vigas sin excentricidad de muestra

La fuerza se aplica controlando la apertura de la fisura, CMOD (*crack mouth opening displacement*).

3.1.2.2. Consideraciones del modelo

Partiendo de una de las principales suposiciones de la teoría de vigas, se asume la hipótesis de pequeñas deformaciones, donde se tiene a priori que los desplazamientos que se van a producir en el problema son despreciables dada la geometría propia del grupo de vigas. Teniendo esto en consideración, el problema será analizado con tensiones planas. Esto será suficiente para encontrar una respuesta válida sin el uso de un modelo más complejo en 3D. La razón de esto es que se busca simplificar el modelo en aras de reducir el costo computacional referente al cálculo.

3.1.2.3. Condiciones de contorno

Para modelar la viga se tomará el cuerpo entero del elemento. En el centro se aplica una carga P en el centro y se considera articulado uno de sus apoyos. En el segundo, la viga puede desplazarse libremente en la dirección x , considerando que ambas condiciones de apoyo están restringidas en la dirección y .

3.1.2.4. Selección de elementos y discretización

El hormigón es modelado usando elementos cuadriláteros de *plane stress* con integración cerrada de 2x2. El tamaño de los elementos es de 1 cm, guardando un radio de aspecto de 1 (1 cm x 1 cm), buscando la simetría de la malla con respecto al eje y . La Fig. 3.2 muestra el modelo de elementos finitos.

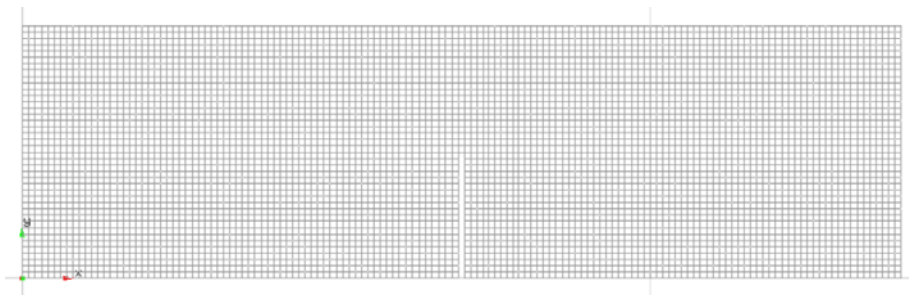


Fig. 3.2: Mallado para grupo de vigas sin excentricidad, tamaño de elemento = 0.01 m.

3.1.3. Resultados experimentales

La Fig. 3.3 muestra la carga promedio vs CMOD para cada una de los cuatro tamaños y las tres geometrías con excentricidades variables. La resistencia de ligamiento σ_{lig} es definida como el máximo esfuerzo en la ligadura en el pico de carga. Como se puede apreciar en las gráficas, la resistencia máxima previo a la rotura aumenta en función de la profundidad de la entalla. Las vigas sin entalla además exhiben una resistencia consistentemente más alta que las vigas con entalla.

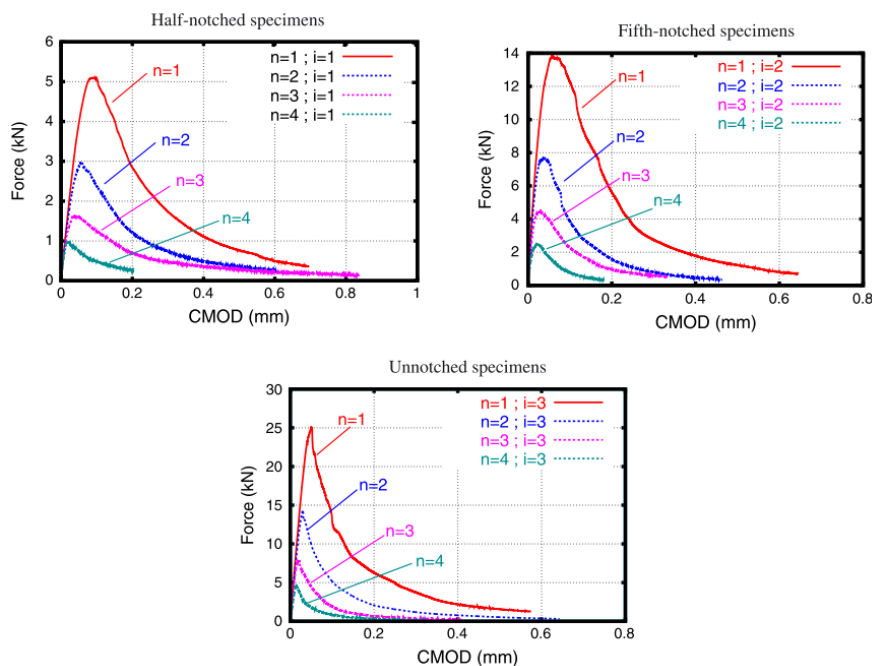


Fig. 3.3: Gráficas carga promedio vs CMOD de ensayos experimentales realizados por Grégoire et al. [3]

3.1.4. Resultados de la simulación numérica

Las estructuras caracterizadas por un ablandamiento del material requieren algunas consideraciones extras y técnicas de resolución para asegurar que el proceso de iteración entregue resultados fiables [52]. Con el fin de examinar el comportamiento de este grupo de vigas, el análisis preliminar consiste en encontrar los parámetros que predigan un comportamiento más cercano al de los ensayos experimentales. Es decir, se debe tener en cuenta si las soluciones más próximas consideran una

aplicación de carga y desplazamiento controlados, simetría de malla, discretización de elementos, convergencia de resultados con elementos cuadriláteros o triangulares, etc.

Como puede verse en la Fig. 3.4, para las muestras con entalla, se forma una fisura estrecha de daño que se propaga verticalmente hacia la parte superior de la viga, como era de suponerse. Para las vigas sin entalla, una fisura de daño se inicia en el centro de la superficie inferior plana y luego se propaga verticalmente hacia el punto de aplicación de la carga. En cambio, en la viga sin entalla, el proceso es similar pero el daño se presenta en pasos posteriores.

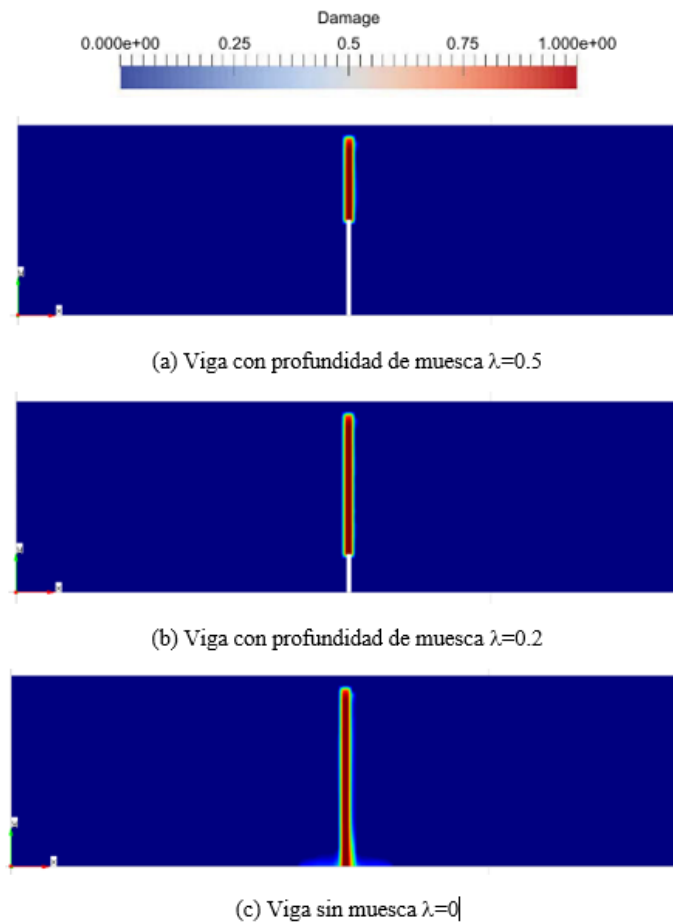


Fig. 3.4: Perfiles de daño para los distintos especímenes analizados con diferentes profundidades de entalla

Se tomó en cuenta una aplicación de desplazamientos controlada de 2 mm para cada paso. El algoritmo secante de Picard se usó para resolver el sistema no lineal de ecuaciones que surgen de la discretización espacial y temporal. La convergencia de un paso se logra cuando la relación entre las fuerzas residuales y las fuerzas totales es inferior a 1×10^{-5} . Cabe aclarar que es necesario revisar la convergencia de cada uno de los pasos ya que en cualquiera de ellos pueden presentarse anomalías, como agrietamientos no esperados debido a errores acumulados de los cálculos iterativos. Los resultados del análisis son presentados mediante un diagrama carga-desplazamiento (CMOD) en las figuras 3.5, 3.6 y 3.7.

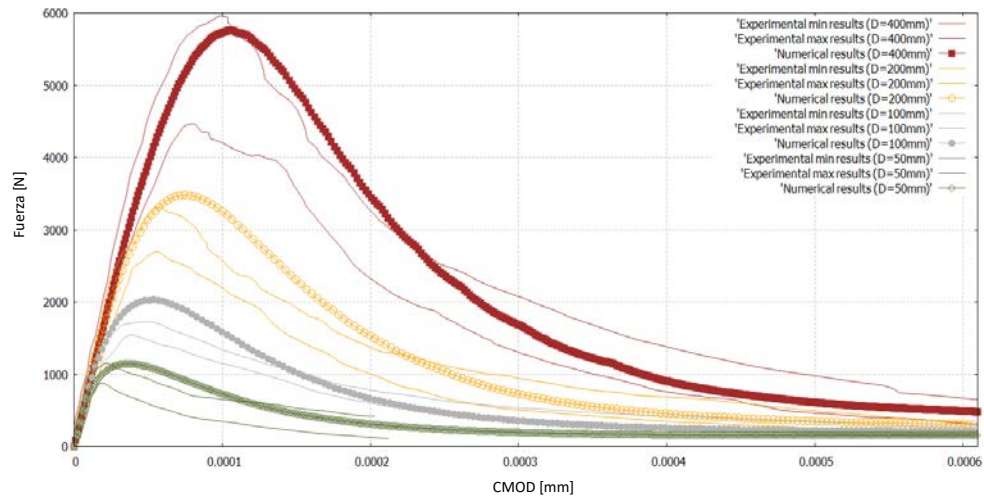


Fig. 3.5: Curva carga-CMOD para especímenes i=1 (half-notched)

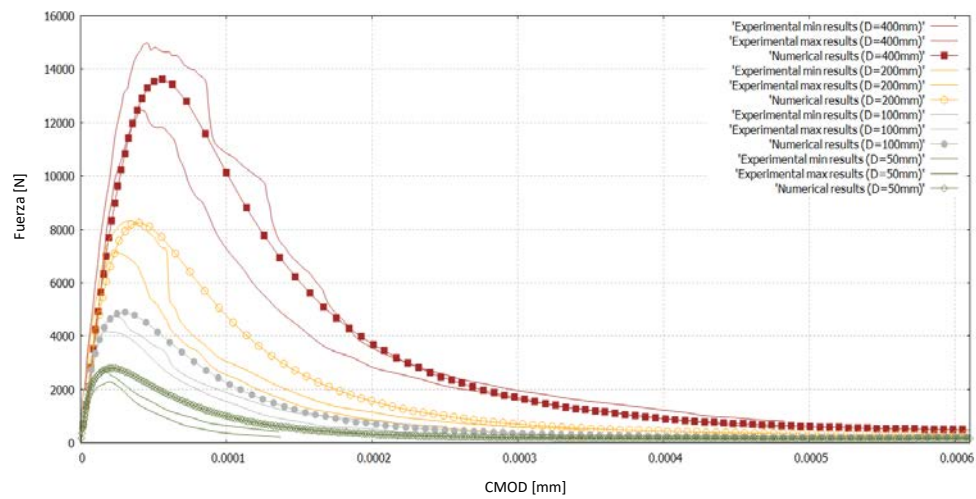


Fig. 3.6: Curva carga-CMOD para especímenes i=2 (fifth-notched)

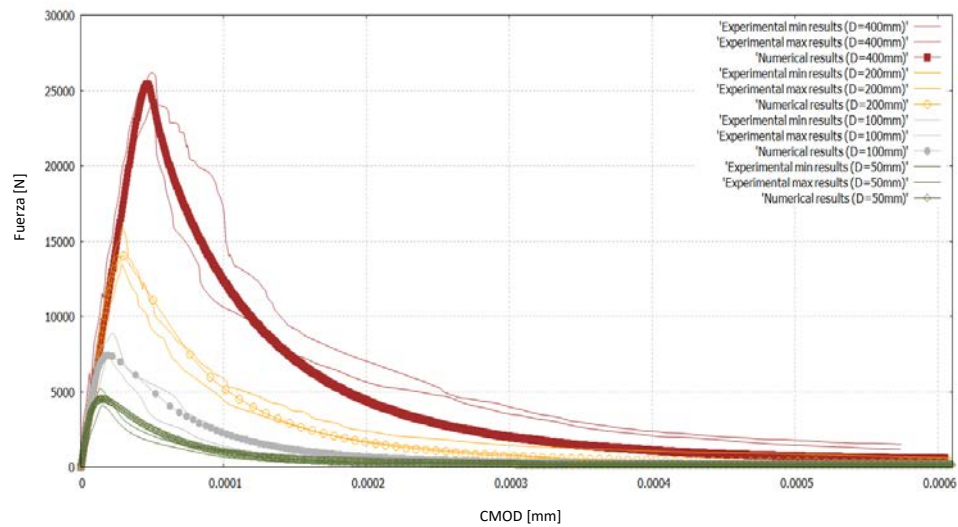


Fig. 3.7: Curva carga-CMOD para especímenes i=3 (unnotched)

3.1.5. Comparación con los resultados experimentales

Como puede verse, el método de los modelos mixtos proporciona una buena descripción del proceso de fallo que tienen los especímenes analizados. Se observa en las figuras 3.5, 3.6 y 3.7 que las curvas obtenidas mediante simulación numérica son realmente satisfactorias ya que en la mayoría de los casos se encuentran entre el límite superior e inferior de resistencia obtenida experimentalmente. Otra característica que presentan los resultados es que la forma de la curva se asemeja con mucha precisión a las previamente obtenidas en laboratorio; es decir, la pendiente de crecida de todos los especímenes ensayados se encuentran entre los límites experimentales, y no sólo eso: la parte de la curva que corresponde al ablandamiento presenta la caída exponencial que se propone en la formulación utilizada, siendo no sólo similar en forma sino también ubicándose entre lo experimentalmente esperado.

En la Tabla 3.2 se presenta una columna que señala la diferencia porcentual de las resistencias máximas obtenidas experimental y numéricamente. Como se puede ver, el porcentaje de variación es mínimo en casi todos los casos. De todas formas, es preciso analizar estos valores con las gráficas obtenidas, ya que, por ejemplo, en la viga $i=3$, $D_n = 100$ mm, se tiene una variación del 20% con respecto al valor máximo experimental, pero en la Fig. 3.7 se puede apreciar que se encuentra debajo del límite superior y sobre el límite inferior, por lo que el modelo funciona eficazmente. En este punto es necesario añadir que, por el hecho de no disponer de una muestra significativa de ensayos experimentales, la diferencia entre la resistencia de rotura superior e inferior son sólo una guía para calibrar los modelos.

Es interesante señalar el aumento de resistencia que presentan los elementos con la presencia de la entalla. Por ejemplo, en la viga con $D_n = 400$ mm, $\lambda = 0.2$, la resistencia máxima tiene un valor de 13598.9 N, el mismo que, en la viga con la misma geometría, pero sin entalla, alcanza un valor de 25428.44 N. Sin embargo, el valor de ancho de fisura al que sucede la rotura es menor en la viga con entalla. Esto es apreciable en cada una de las curvas de las distintas gráficas, en donde, para una misma geometría, dígase $D_n = 400$ mm, pero con los distintos valores de λ , a mayor profundidad de entalla corresponde una menor resistencia pico, pero sucede a un valor mayor de CMOD.

i=1 (half-notched)					
Solución numérica			Datos experimentales		Variación Pmáx [%]
Dnom	CMOD [mm]	Pmax [N]	CMOD [mm]	Pmax [N]	
400	0.106	5744.06	0.098	5961.88	-4%
200	0.075	3471.25	0.058	3289.88	5%
100	0.052	2016.16	0.051	1723.85	14%
50	0.036	1149.95	0.039	1173.15	-2%

Tabla 3.2: Comparativa de picos máximos de resistencia en vigas Grégoire, $\lambda = 0.5$

i=2 (fifth-notched)					
Solución numérica			Datos experimentales		
Dnom	CMOD [mm]	Pmax [N]	CMOD [mm]	Pmax [N]	Variación Pmáx [%]
400	0.055	13598.9	0.045	14928.7	-10%
200	0.039	8184.41	0.033	8276.62	-1%
100	0.032	4895.44	0.025	4718.44	4%
50	0.022	2788.97	0.016	2741.25	2%

Tabla 3.3: Comparativa de picos máximos de resistencia en vigas Grégoire, $\lambda = 0.2$

i=3 (unnotched)					
Solución numérica			Datos experimentales		
Dnom	CMOD [mm]	Pmax [N]	CMOD [mm]	Pmax [N]	Variación Pmáx [%]
400	0.046	25428.44	0.048	26052.2	-2%
200	0.030	13994.83	0.029	15796.7	-13%
100	0.019	7412.67	0.022	8867.04	-20%
50	0.013	4502.14	0.014	5195.46	-15%

Tabla 3.4: Comparativa de picos máximos de resistencia en vigas Grégoire, $\lambda = 0$

3.2. Vigas sin refuerzo, carga centrada y entalla excéntrica

3.2.1. Descripción del experimento

El objeto de estudio consiste en una viga simplemente apoyada sometida a una carga simple concentrada en el centro de la misma. La Fig. 3.8 presenta el detalle de la geometría, la carga y las condiciones de contorno de la viga. El ensayo experimental realizado en el informe de Víctor García-Álvarez, Ravindra Gettu e Ignacio Carol [5] incluye el análisis de un grupo de especímenes de diferentes tamaños geoméricamente escalonados con un espesor de 50 mm. Para el presente trabajo se analizarán simplemente dos especímenes ya que el tercero es similar al del apartado anterior al no presentar excentricidad. La viga tiene una longitud de $3.125D$ y una luz de $2.5D$, donde la profundidad D varía entre 320 mm, 160 mm y 80 mm. La profundidad de la entalla se mantiene constante para todos los elementos y tiene una profundidad de $0.25D$, con una excentricidad e_o medida desde el eje donde se aplica la carga. Los valores de la excentricidad a evaluar serán 0.625 y 0.3125. La fuerza se aplica controlando la apertura de la fisura, CMOD (crack mouth opening displacement).

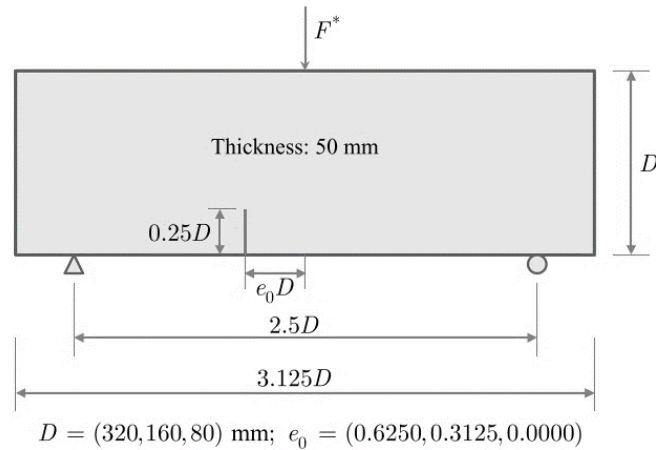


Fig. 3.8: Vigas cargadas excéntricamente bajo carga puntual ensayadas por García-Álvarez: Geometría, esquema de carga y condiciones de contorno [51]

3.2.2. Consideraciones en la simulación numérica

3.2.2.1. Materiales

Las propiedades de los materiales fueron obtenidas mediante calibración de los ensayos experimentales y los resultados numéricos. Esto incluye la resistencia a tracción f_t , el módulo de elasticidad E_c y la energía de fractura G_f . Los valores considerados se indican en la Tabla 3.5:

Hormigón		
f_t	3.5	[Mpa]
E_c	3.38×10^4	[Mpa]
ν	0.2	
G_f	80	[J/m ²]

Tabla 3.5: Propiedades mecánicas de vigas con entalla excéntrica

3.2.2.2. Consideraciones del modelo y condiciones de contorno

Se toman consideraciones similares a la viga anterior debido a que con las mismas se encontraron resultados válidos, por lo que se asume la hipótesis de pequeñas deformaciones y, por ende, el problema será analizado con tensiones planas. Esto será suficiente para encontrar una respuesta válida sin el uso de un modelo más complejo en 3D.

Para modelar la viga se tomará el cuerpo entero del elemento. En el centro se aplica una carga P en el centro y se considera articulado uno de sus apoyos. En el segundo, la viga puede desplazarse libremente en la dirección x , considerando que ambas condiciones de apoyo están restringidas en la dirección y .

3.2.2.3. Selección del elementos y discretización

Para un primer intento, el mismo que funcionará como guía, el hormigón es modelado usando elementos cuadriláteros de *plane stress* con integración cerrada de 2×2 . El tamaño de los elementos es

de 1 cm, guardando un radio de aspecto de 1:1. La Fig. 3.9 muestra el mallado ocupado para este grupo de vigas. Posteriormente se hará un refinamiento de la malla para validar la convergencia de los resultados.

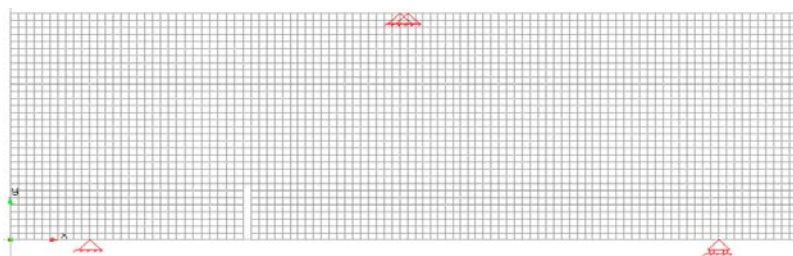


Figura 3.9: Mallado para grupo de vigas con excentricidad $e = 0.625$, tamaño de elemento = 0.01 m

3.2.2.4. Modelización del material y análisis preliminar

El hormigón será modelizado utilizando un modelo de daño isotrópico. Además, se usarán los criterios de rotura de Rankine y Drucker-Prager para confrontar el grado de aproximación de la trayectoria de la grieta. En una comparativa final se tendrán en cuenta los resultados obtenidos para hallar el valor de G_f que aproxime mejor las curvas experimentales. Teniendo en cuenta que con los parámetros obtenidos en los modelos anteriores se tuvieron resultados fiables, el primer intento se lo efectúa con la misma calibración; es decir, el mismo número de pasos, iteraciones máximas, tolerancia, desplazamiento controlado, etc.

3.2.2.5. Tamaño de elementos

Para verificar si el tamaño de elemento cuadriláteros de 1 cm de lado es suficiente para garantizar la convergencia de resultados, se modela la viga con excentricidad $e_o = 0.625$ y se compara con la misma pero modelizada con una malla de tamaño de elemento de 0.5 cm de lado.

3.2.3. Resultados experimentales

Se registraron las trayectorias de las grietas observadas en las superficies de las muestras y que señalan las zonas por donde pasaron las distintas fisuras de las vigas ensayadas. La Fig. 3.10 (a) muestra el ancho de banda para $e_o \neq 0$, de donde se puede concluir que la trayectoria de la grieta no depende significativamente del tamaño del espécimen (por ejemplo, si son geoméricamente similares). En el esquema de la figura se han normalizado las bandas con respecto a la profundidad de la viga para poder realizar la comparación.

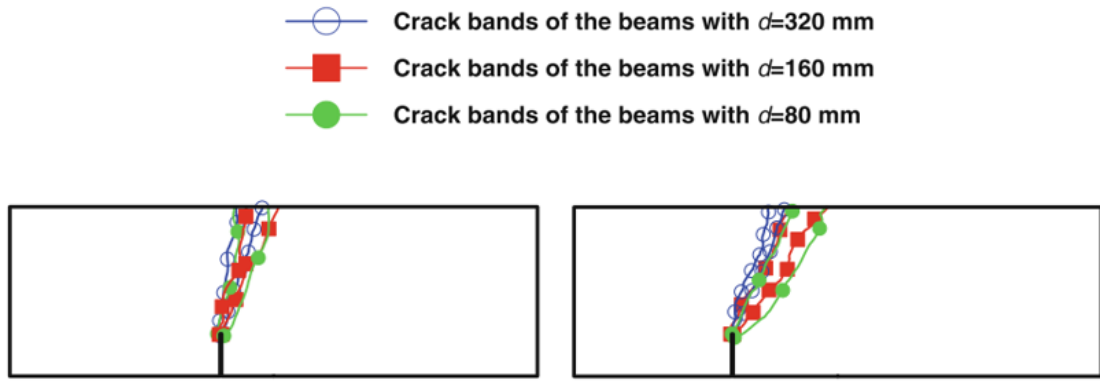


Figura 3.10: Esquema de fisuración recogida experimentalmente por García-Álvarez et al. para vigas con excentricidad de carga $e_0 = 0.625$ y $e_0 = 0.3125$ respectivamente.

En la Fig. 3.11 se presentan los resultados experimentales realizados por Grégoire et al. para vigas con excentricidades de $e_0 = 0.625$ y $e_0 = 0.3125$ respectivamente.

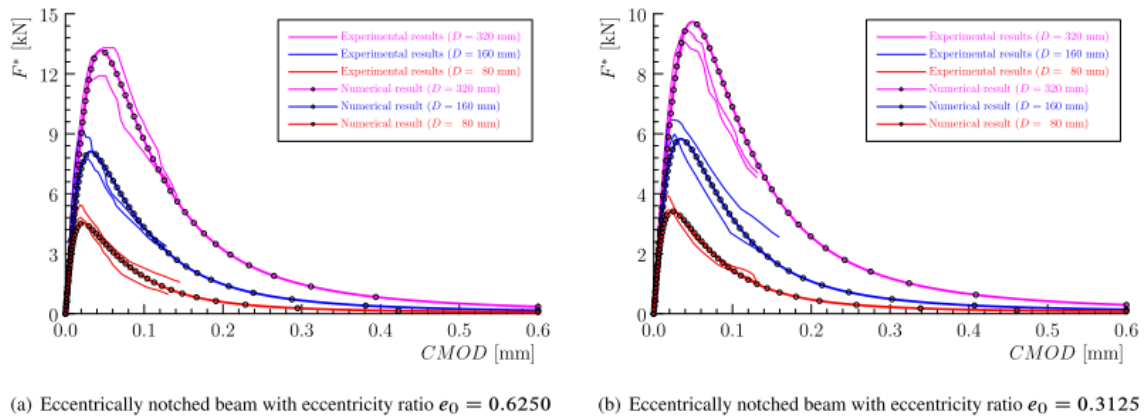


Figura 3.11: Ensayos en vigas excéntricamente cargadas. Comparación numérica y experimental realizada por De-Cheng Feng et al. con el método de *phase field*.

3.2.4. Resultados de la simulación numérica

En simulaciones de EF de fallas en materiales cuasifrágiles que consideren la formulación de grieta difusa, el parámetro de reblandecimiento está vinculado a la energía de fractura del material G_f [2], [6], [8], que es una propiedad intrínseca del material. Esta propiedad debe ser calibrada en los distintos modelos hasta encontrar una aproximación válida para modelizar la resistencia experimental obtenida del material.

Al igual que en las vigas modeladas sin excentricidad de entalla, se tomó en cuenta una aplicación de desplazamientos controlada de 2 mm para cada paso. El algoritmo secante de Picard se usó para resolver el sistema no lineal de ecuaciones que surgen de la discretización espacial y temporal. La convergencia de un paso se logra cuando la relación entre las fuerzas residuales y las fuerzas totales es inferior a 1×10^{-5} . En la Fig. 3.12 se presentan los perfiles de daño calculados con elementos mixtos.

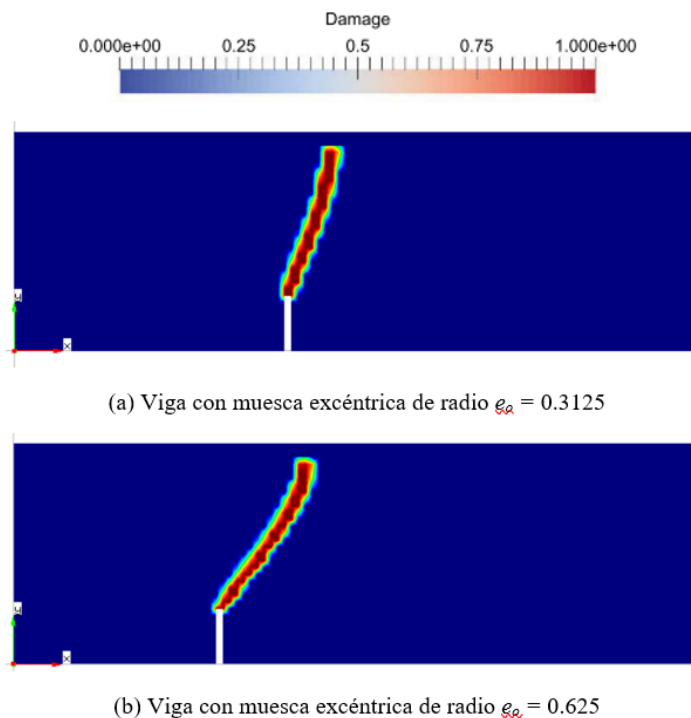


Figura 3.12: Perfiles de daño para para las vigas de tamaño medio ($D = 160$ mm) con distintas excentricidades de entalla

El tipo de fisuras que se obtienen presentan cierta inclinación desde el borde interno de la entalla con dirección al centro, donde está aplicada la carga. A medida que aumenta la relación de excentricidad e_o , la grieta se propaga con un ángulo de inclinación más pequeño (con respecto al eje horizontal de la viga) y que se dirige a la parte superior de la misma. Los resultados del análisis son presentados mediante un diagrama carga vs CMOD en las figuras 3.13 y 3.14.

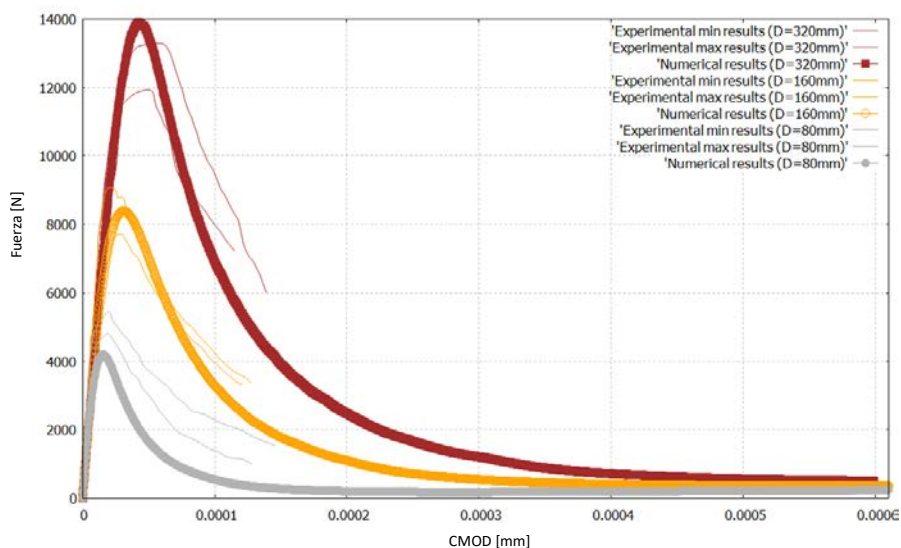


Figura 3.13: Curvas comparativas carga vs CMOD para vigas con excentricidad $e = 0.3125$

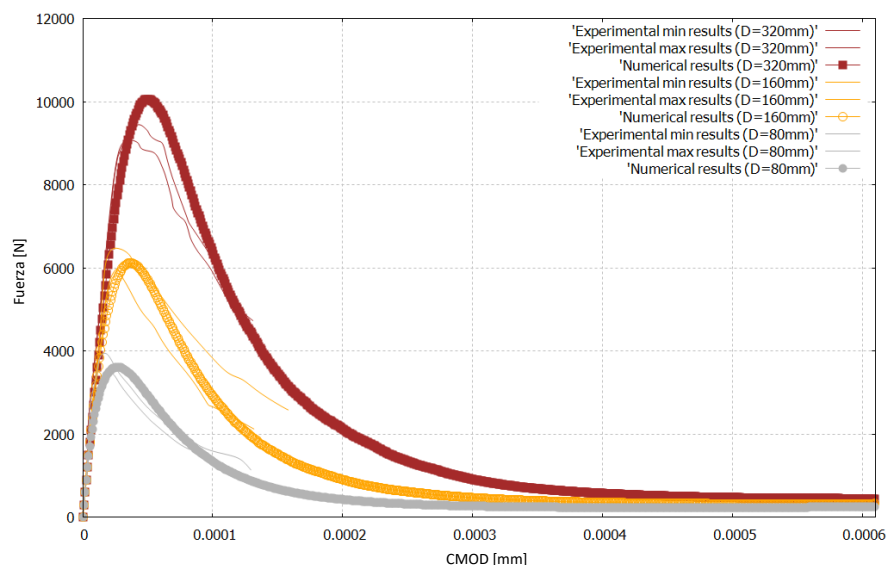


Figura 3.14: Curvas comparativas carga vs CMOD para vigas con excentricidad $e = 0.625$

3.2.5. Comparación con los resultados experimentales

Como se observa en las figuras 3.13 y 3.14, los elementos mixtos predicen muy satisfactoriamente el proceso de falla que tienen los especímenes ensayados experimentalmente. Para una serie específica de vigas, se pueden capturar bastante bien no sólo la carga máxima soportada por el elemento estructural, sino también los regímenes de ablandamiento de miembros hormigón con y sin entallas. La capacidad del modelo para prever la trayectoria de la grieta resulta efectivamente confiable. En la Fig. 3.15 se puede verificar lo mencionado, siendo que las fisuras inician en la parte interior de la entalla y se dirigen con una inclinación angular en función de su excentricidad, estando dentro de los límites experimentales.

La diferencia porcentual de las resistencias máximas obtenidas por ensayos de laboratorio y modelación numérica, presentada en las tablas 3.6 y 3.7, muestra la exactitud que se puede tener con los elementos mixtos. Por ejemplo, para vigas con $D = 320$ mm con excentricidad distinta de cero, la variación del valor máximo de carga tiene valores del 5% y 6% con respecto al límite superior de la curva.

La respuesta de muestras geoméricamente similares no presenta igualdad de resultados en las curvas obtenidas, y la tensión nominal depende del tamaño de la estructura. Las estructuras más pequeñas son menos resistentes. Además, las respuestas de los especímenes con y sin entallas son bastante diferentes. Dichos datos, que involucran diferentes longitudes de entalla iniciales, son valiosos para probar las capacidades de los modelos constitutivos en fractura cuasifrágil con diferentes geometrías y también sirve para validar la relevancia de las teorías del efecto del tamaño.

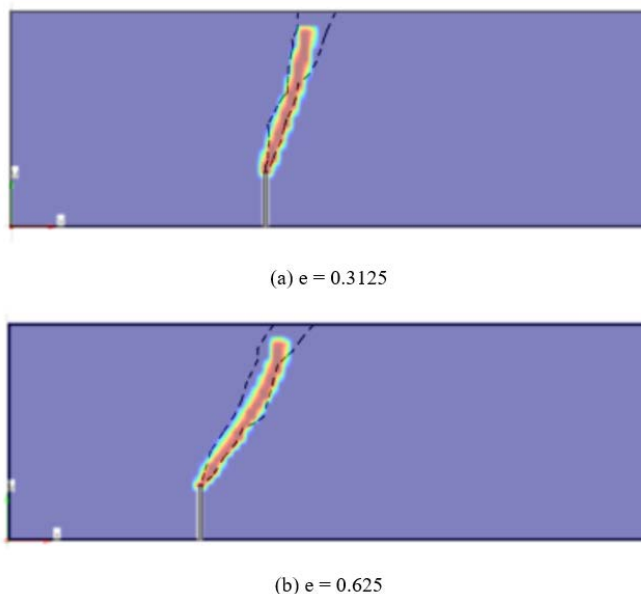


Figura 3.15: Comparativa de las grietas calculadas numéricamente y los ensayos experimentales

$e = 0.3125$					
Dnom [mm]	Solución numérica		Datos experimentales		Variación Pmáx [%]
	CMOD [mm]	Pmax [N]	CMOD [mm]	Pmax [N]	
320	0.042	13913.1	0.056	13286.3	5%
160	0.033	8255.84	0.032	8899.65	-8%
80	0.016	4217.46	0.019	4757.4	-13%

Tabla 3.6: Comparativa de picos máximos de resistencia en vigas con excentricidad, $e = 0.3125$

$e = 0.625$					
Dnom [mm]	Solución numérica		Datos experimentales		Variación Pmáx [%]
	CMOD [mm]	Pmax [N]	CMOD [mm]	Pmax [N]	
320	0.051	10062.1	0.042	9463.77	6%
160	0.037	6142.98	0.026	6470.73	-5%
80	0.028	3633.88	0.017	3919.1	-8%

Tabla 3.7: Comparativa de picos máximos de resistencia en vigas con excentricidad, $e = 0.3625$

3.2.6. Comparación entre distintos criterios de falla

Los criterios de daño considerados en la demostración del método de elementos mixtos presentado por Cervera, Chiumenti y Codina consideran los modelos de fallo de Beltrami, Beltrami Modificado, Beltrami Positivo, Rankine y Drucker-Prager [8]. En la publicación *Appraisal of planar, bending and twisting cracks in 3D with isotropic and orthotropic damage models*, se hace hincapié en que el criterio de Drucker-Prager es apropiado para materiales con diferentes resistencias a tracción y

compresión sujetas a modo mixto de carga. En este caso, al tenerse una carga puntual aplicada en una sola dirección, se da por suficiente la aplicación del criterio de Rankine, el cual tiene en consideración las tensiones principales efectivas máximas, y que es válido para materiales en los que predomina el daño a tracción. De todas maneras, debido a todas las razones señaladas de la dificultad de prever el comportamiento a cortante por la distribución interna de sus tensiones, se modela una viga con ambos criterios para ver si la predicción de la fisura es muy variante.

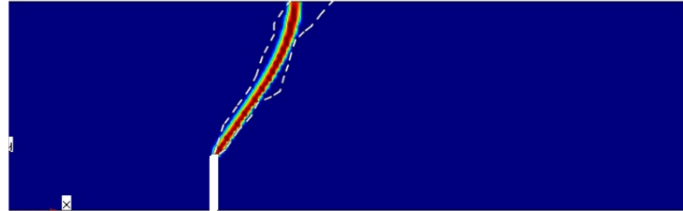


Fig. 3.16: Modelización de viga con criterio de daño de Rankine isotrópico

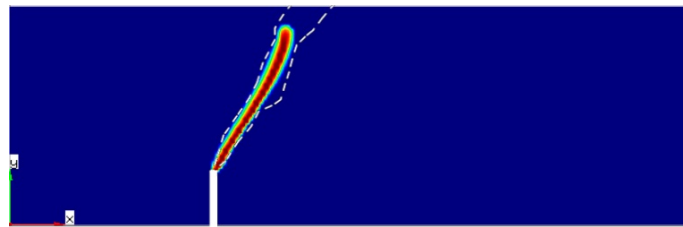


Fig. 3.17: Modelización de viga con criterio de daño de Drucker-Prager

En las Figuras 3.16 y 3.17 se puede ver que la variación de la trayectoria de agrietamiento es bastante similar para ambos casos. Esto se debe quizás a que, durante el proceso de fisuración, si bien en la trayectoria de la grieta se presentan tensiones combinadas, en su mayoría priman las de tracción, mientras que los puntos realmente comprimidos durante la carga se encuentran prioritariamente en la zona de aplicación de la fuerza y en los apoyos, por lo que ambos modelos predicen correctamente la trayectoria de grieta para este caso de vigas. Cabe indicar que durante el proceso de carga suceden fenómenos internos muy complejos donde se produce una combinación de tensiones de tracción y compresión, por lo que los distintos criterios de falla pueden modelar el agrietamiento de manera distinta, en función de la complejidad del elemento analizado. De todas formas, para este caso, los resultados son muy similares y válidos.

3.2.7. Comparación entre distintos tamaños de mallas

Debido a que el cálculo por elementos finitos entrega resultados más precisos en función del tamaño de los elementos que conforman la malla, es necesario realizar al menos una discretización con elementos más pequeños de forma que se garantice que los resultados obtenidos previamente convergen hacia una respuesta óptima. Hasta ahora en todos los modelos realizados se ha ocupado un tamaño de elemento cuadrilátero de 1 cm x 1 cm. Como medida de verificación de si la malla tiene alguna influencia en los resultados, se presenta el modelo de la misma viga con $e_0 = 0.625$ pero con una malla estructurada con elementos cuadriláteros de tamaño 5 mm x 5 mm.

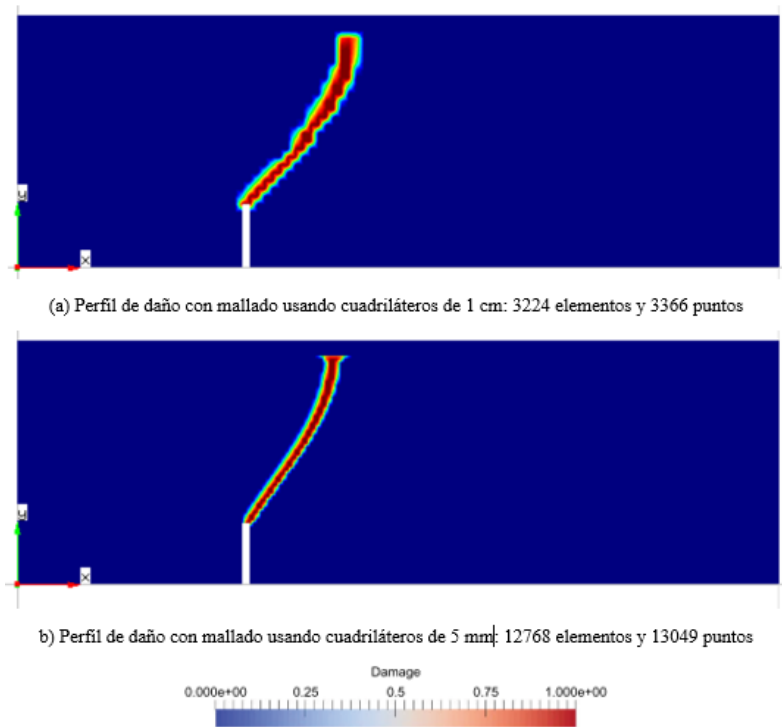


Figura 3.18: Comparativa de resultados con tamaño de malla refinada, usando Rankine ortotrópico

En la Fig. 3.19 se presentan las curvas carga vs CMOD para el caso de los distintos mallados. Como se puede ver en la gráfica, los puntos obtenidos son prácticamente similares salvo en el descenso post-pico, donde se presenta una ligera variación de valores cuya diferencia no justifica el coste computacional que tendría la modelación de varias vigas con un tamaño de malla tan fino.

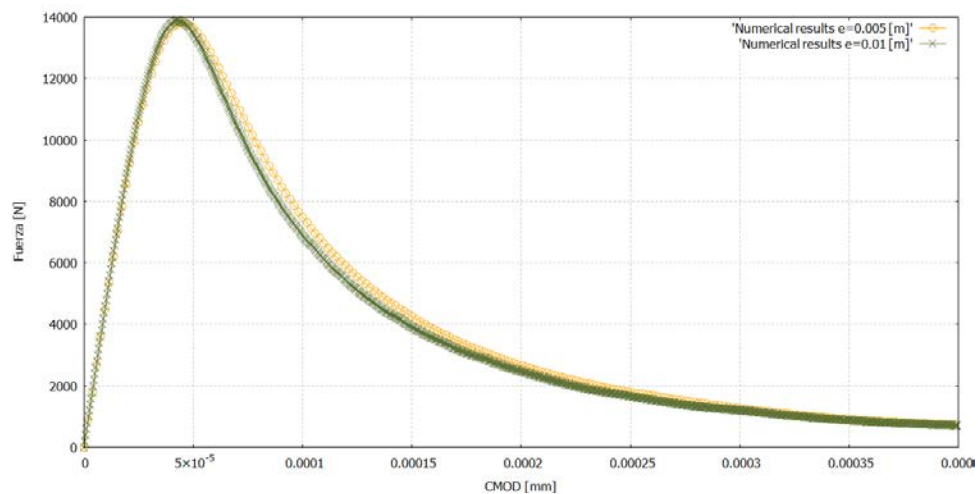


Figura 3.19: Curvas carga vs CMOD para distintos tamaños de mallado

CAPITULO 4. METODOLOGÍA EN VIGAS CON REFUERZO

4.1. Descripción del experimento

El análisis del segundo grupo de vigas consistirá en la simulación de la campaña experimental llevada a cabo por J. Suchorzewski, E. Korol, J. Tejchman y Z. Mróz [4]. En dicha campaña experimental se ensayaron varios especímenes dimensionalmente escalonados variando el canto D (ver Fig. 4.1). El espesor de todas las vigas fue $t = 0.25$ m para evitar diferencias de comportamiento debido al calor de hidratación que es un efecto proporcional al grosor del elemento [9]. En el esquema mostrado se ve que hay dos regiones en la viga, diferenciadas por la letra a en donde predomina el cortante; y la región b , donde predomina la flexión, ubicada en la parte central de la viga. Además, se tiene un recubrimiento de hormigón $c = 40$ mm. Las figuras 4.1.a y 4.1.b muestran la sección transversal de unas vigas que contienen una fila de refuerzo de acero estructural de $\phi = 20$ mm. La figura 4.1.c presenta la sección transversal de la viga de mayor canto, reforzada con dos hileras de varillas con el mismo diámetro del resto de vigas.

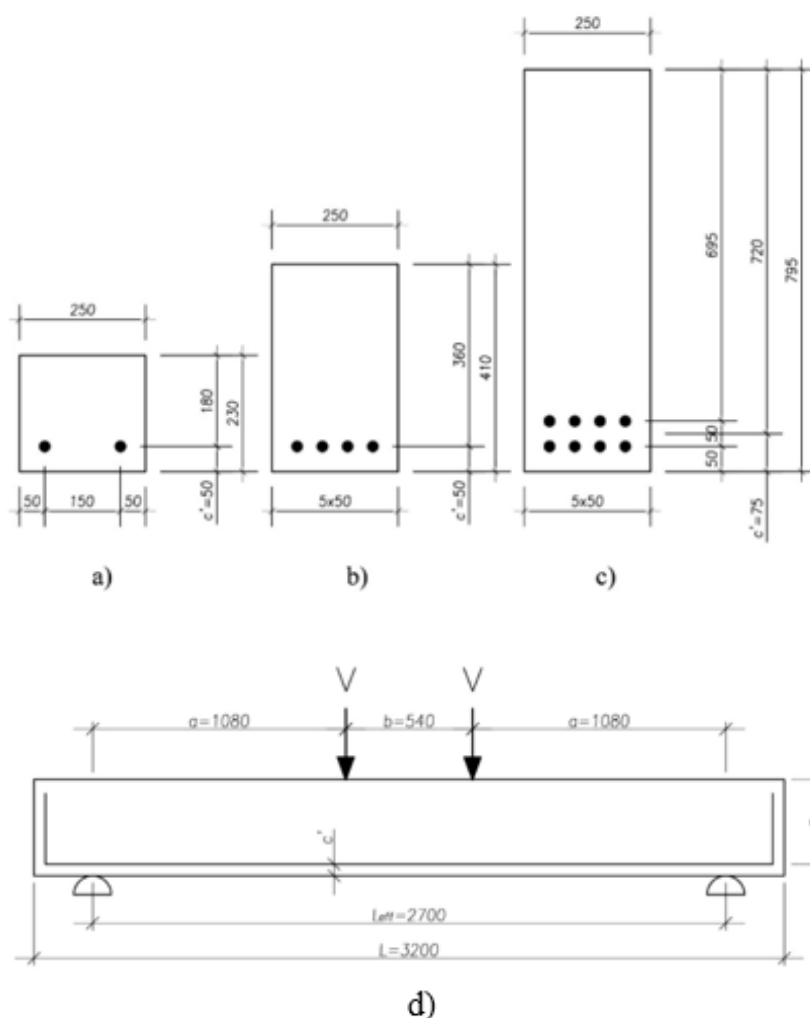


Fig. 4.1: (a,b,c) Secciones transversales de las tres vigas de estudio. d) Esquema de la geometría de la viga reforzada longitudinalmente [29]

4.2. Consideraciones en la simulación numérica

4.2.1. Materiales

El hormigón será modelizado utilizando un modelo de daño no lineal. Las propiedades de los materiales fueron obtenidas mediante calibración de los ensayos experimentales y los resultados numéricos obtenidos. Esto incluye la resistencia a tracción f_t , el módulo de elasticidad E_c y la energía de fractura G_f . Los valores considerados finalmente se indican en la Tabla 4.1:

<i>Hormigón</i>			<i>Refuerzo</i>		
f_t	3.21	[Mpa]	f_y	560	[Mpa]
E	3.0×10^4	[Mpa]	E_s	2.05×10^5	[Mpa]
ν	0.2		ν_s	0.3	
G_f	120	[J/m ²]			

Tabla 4.1: Propiedades de los materiales para grupo vigas reforzadas

4.2.2. Consideraciones del modelo

De acuerdo con las suposiciones principales de la teoría de vigas, las tensiones σ_{zz} fuera del plano tienen valor cero, motivo por el que la viga se modelará en 2D usando elementos de *plane stress*. Esto lleva a una solución muy aproximada sin tener que usar un modelo más complejo en 3D. El uso de modelos en dos dimensiones permite también reducir el costo computacional. Para considerar la posibilidad de fallas no simétricas se modelará la totalidad de la sección.

4.2.3. Condiciones de contorno

Puesto que se ha generado un análisis que considere la totalidad de la sección, las condiciones de contorno especiales que deben definirse tienen importancia únicamente en los soportes de cada ejemplar. Con el fin de evitar generar tensiones fuera de las causadas por la carga externa y para permitir expansión y desplazamiento, uno de los soportes se ha simulado como una articulación, limitando los desplazamientos en la dirección y únicamente. Para el otro soporte se restringen los desplazamientos en ambas direcciones.

La carga y las reacciones que recibirán los soportes son transmitidos a través de placas metálicas. El modelado de estas placas debe ser meticuloso para no obtener tensiones no realistas y un comportamiento no esperado debido a fallas por tensiones excesivas de compresión en los puntos de aplicación o en los soportes. Se realiza un desplazamiento controlado de desplazamientos para este análisis.

4.2.4. Modelación de materiales y discretización

El hormigón se modela usando nodos cuadriláteros de tensiones planas con integración cerrada de 2x2. El tamaño de los elementos es de 1 cm, guardando un radio de aspecto de 1 (1 cm x 1 cm), buscando la simetría de la malla con respecto al eje y.

El refuerzo será modelado usando superficies embebidas al hormigón. Esto quiere decir que, una vez que se tenga el modelo completo con sus respectivas superficies de mallado, se procede a crear una

superficie nueva sobre las ya consideradas para caracterizar el hormigón. Estas nuevas superficies son asignadas con las propiedades del refuerzo, pero con la consideración extra que en las partes del contacto entre materiales, éstos compartirán nodos, de forma que se pueda simular una adherencia completa entre materiales.

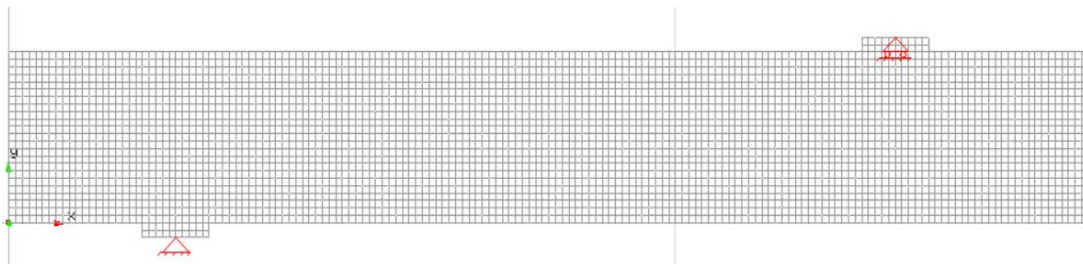


Figura 4.2: Mallado de viga S1D18a108, con elementos 1x1 cm

4.3. Resultados experimentales

Los resultados experimentales con los que se va a comparar la modelación numérica fueron obtenidos de la publicación *Experimental study of shear strength and failure mechanisms in RC beams scaled along height or length*, efectuada por J. Suchorzewski et al. Para caracterizar el fallo de la viga, se usan dos parámetros geométricos adimensionales, y otro parámetro de tamaño: $\eta_a = a/D$, $\eta_b = b/D$, $\eta_l = l_{eff}/D = 2\eta_a + \eta_b$. Como el parámetro de longitud η_l depende de η_a y η_b , éstos se tomaron como parámetros independientes, y el valor D como parámetro de tamaño con el fin de describir la evolución de la resistencia a la flexión o a cortante.

De las observaciones experimentales, se señalan algunos comentarios extraídos del informe, los mismos que son traducidos a riesgo de no obviar ningún detalle:

La variación del canto efectivo $D=0.8, 0.36$ y 0.72 m, manteniendo constante el tramo de cortante $a = 1.08$ m contribuyó a la variación del parámetro η_a desde 1.5 a 3.0 y luego hasta 6.0, además del parámetro η_b desde 0.75 a 3 y luego hasta 15. Se observó experimentalmente que estos parámetros tenían un gran efecto en el modo de falla de la viga y en la carga última.

La viga más pequeña S1D18a108 con $\eta_a = 6.0$ ($\eta_b = 3$, $\eta_l = 15$) alcanzó su estado límite de falla por flexión en la zona central de la viga, induciendo al hormigón a fisurarse y al refuerzo longitudinal a fluir en combinación con la rotura del hormigón en la porción más alta de la viga. Este modo de falla fue precedido por un crecimiento y una apertura de las fisuras por flexión, lo que conllevó una falla combinada con un incremento significativo de la deflexión de la viga. El promedio de carga vertical actuante última fue $P_{max} = 2V_{max} = 120.74$ kN, mientras la deflexión promedio normalizada u/D correspondiente al inicio del fallo fue del 12.3%. Este modo de falla y lo que a ello su efecto de escala relacionado fueron analizados en numerosas publicaciones [53]–[55]. El valor de la tensión efectiva σ_{eff} usado para la expresión de la resistencia de la viga fue el valor de la tensión elástica definida por $\sigma_{eff} = (3P_{max}/tD)a/D$.

La viga mediana S1D36a108 con $\eta_a = 3$ ($\eta_b = 1.5$, $\eta_l = 7.5$) falló a cortante con una fisura dominante diagonal. La carga vertical última fue $P_{max} = 2V_{max} = 242.47$ kN, mientras la deflexión promedio normalizada u/D correspondiente al inicio del fallo fue del 1.71%. La viga más grande S1D72a108 con $\eta_a = 1.5$ ($\eta_b = 0.75$, $\eta_l = 3.75$) fallo a cortante con una fisura diagonal significativa, normal y tangencial y con un gran incremento de la resistencia última a

cortante soportada por la acción del efecto arco. La carga vertical última fue $P_{max} = 2V_{max} = 1029.70$ kN, mientras la deflexión promedio normalizada u/D correspondiente al inicio del fallo fue del 1.0%. Los diagramas verticales de deflexión fueron similares para vigas de geometría similar. Todas las curvas luego de la fisuración cambiaron su pendiente y se comportaron casi linealmente hasta la meseta de fluencia y/o hasta el esfuerzo pico (para las vigas S1D36a108 y S1D72a108, la zona de fluencia no fue alcanzada).

En la Fig. 4.3 se muestran los patrones de fisuración observados en laboratorio para distintos tipos de vigas ensayadas en función de su canto. Se presentan las vigas de la serie S1D18a108 ($\eta_a = 6$), S1D36a108 ($\eta_a = 3$) y S1D18a108 ($\eta_a = 1.5$), en ese orden.

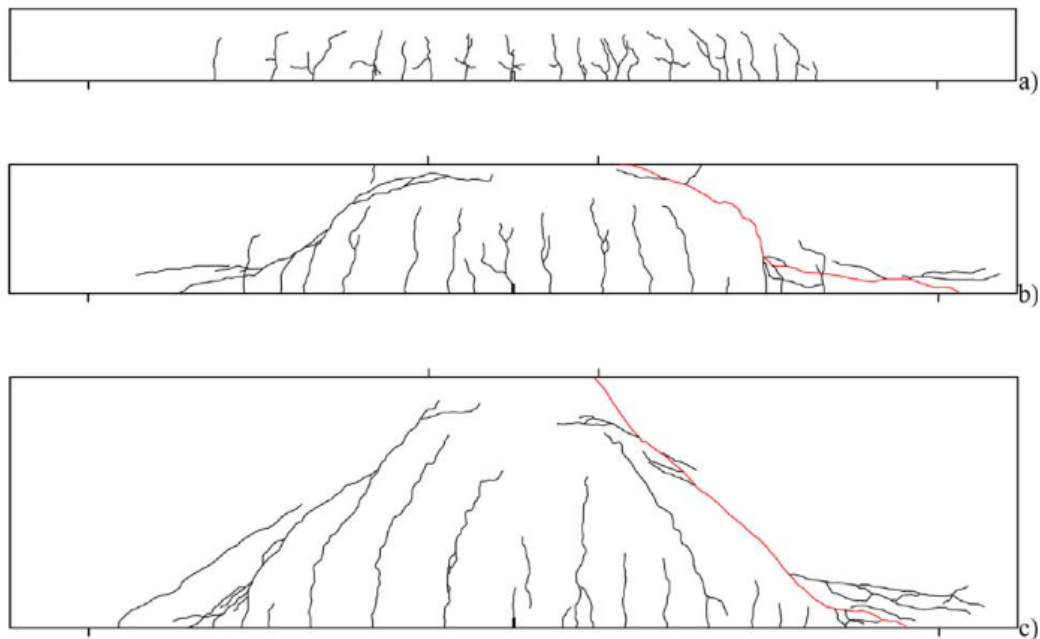


Figura 4.3: Patrones de falla típicos para distintas vigas dependiendo de la relación de radio a/D para diferentes modos de falla de vigas de la Serie 1 [29]

4.4. Resultados de la simulación numérica

El agrietamiento se inicia cuando se alcanza la capacidad elástica lineal de la sección de hormigón. En la etapa de carga inicial, el patrón de fisuración consiste en pequeñas grietas en la parte inferior de la viga debido a la flexión. Estas grietas se unen y forman una matriz de fisuras mayores que crecen diagonalmente a lo largo de la viga. Después de esta etapa de formación inicial de grietas, las curvas de carga-desplazamiento comienzan a seguir un camino estable hacia la carga de falla final. Previo a la rotura, las vigas muestran fallo debido a una gran grieta, que se producen con una inclinación de aproximadamente $\pm 45^\circ$ en dirección hacia los puntos de aplicación de la carga. Como se puede observar en las tres vigas, mientras mayor es el canto, más propensas son las grietas a seguir una trayectoria paraboloide debida al efecto arco. Cuando el canto no tiene la altura suficiente, las grietas no se desarrollan en un sentido puramente inclinado ya que rápidamente el acero fluye y el hormigón rompe.

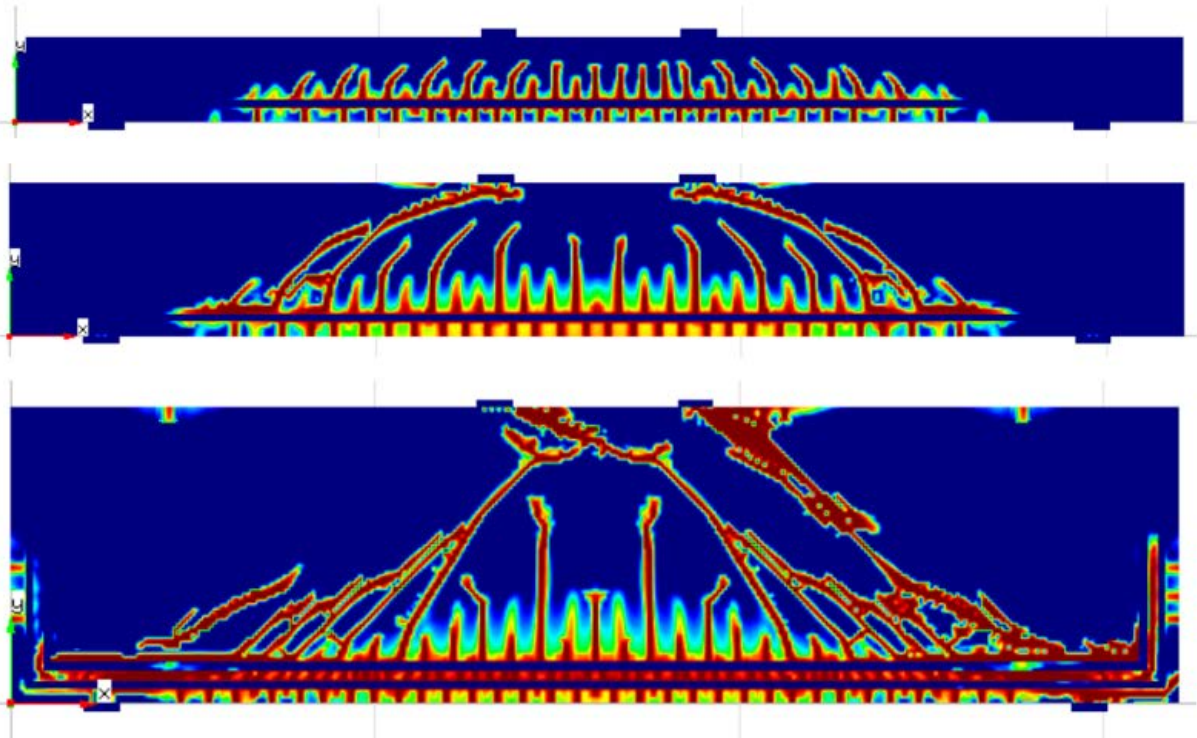


Figura 4.4: Perfiles de daño obtenidos por la simulación numérica para las vigas serie S1D18a108 ($\eta_a = 6$), S1D36a108 ($\eta_a = 3$) y S1D18a108 ($\eta_a = 1.5$), respectivamente

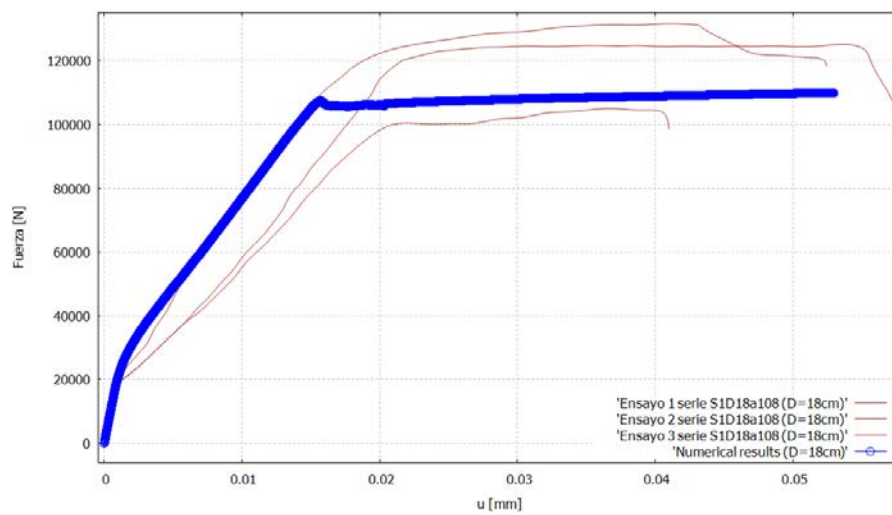


Figura 4.5: Curva numérica force - deflection, donde $P = f(u)$ para vigas con refuerzo. Serie S1D18a108 ($\eta_a = 6$)

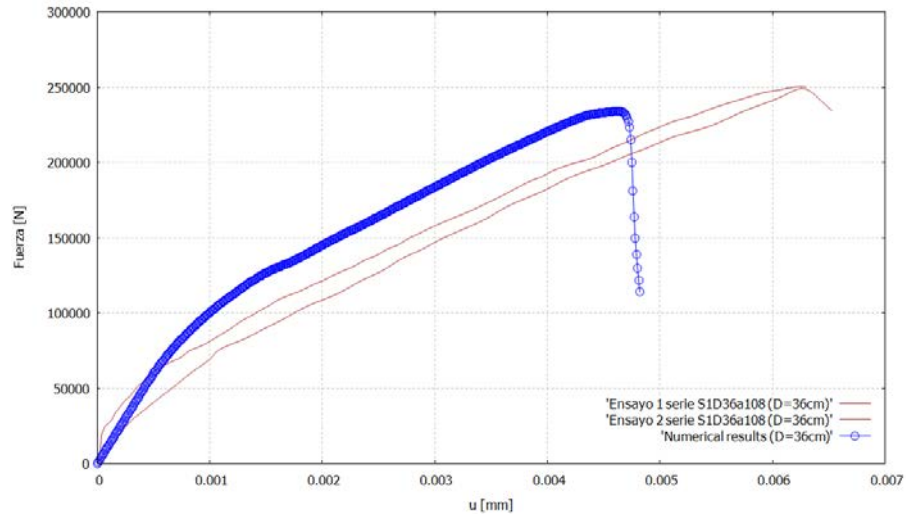


Figura 4.6: Curva numérica force - deflection, donde $P = f(u)$ para vigas con refuerzo. Serie S1D36a108 ($\eta_a = 3$)

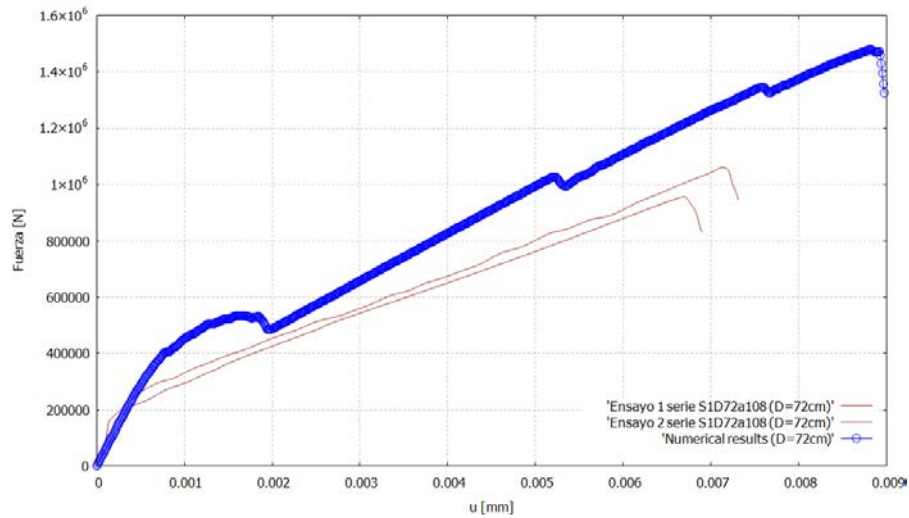


Figura 4.7: Curva numérica force - deflection, donde $P = f(u)$ para vigas con refuerzo. Serie S1D72a108 ($\eta_a = 1.5$)

La viga más pequeña S1D18a108 alcanzó su estado límite de falla por flexión en la zona central de la viga, induciendo al hormigón a fisurarse y al refuerzo longitudinal a fluir, cuyo punto medio es donde se concentraron la mayoría de las tensiones. Este modo de falla fue precedido por un crecimiento y una apertura de las fisuras por flexión, lo que llevó a una falla combinada. El valor de la carga vertical actuante última fue $P_{\max} = 108,54 \text{ kN}$, lo que difiere en un 10% del valor calculado por Marzec et al. La viga de la serie S1D36a108 falló a cortante con una fisura dominante diagonal con cierta curvatura debida a la rotación de los elementos durante la fractura. La carga vertical última fue $P_{\max} = 228.52 \text{ kN}$, lo cual difiere levemente de lo calculado de los datos obtenidos de laboratorio 242.47 kN . La viga más grande S1D72a108 falló a cortante con una fisura diagonal significativa, normal y tangencial, con un camino bastante más recto que la viga mediana, y con un gran incremento de la resistencia última a cortante soportada por la acción del efecto arco. La carga vertical última fue $P_{\max} = 1200.05 \text{ kN} = 1029.70 \text{ kN}$.

De cualquier manera, en todas las vigas analizadas se observó las implicaciones que tiene el efecto tamaño en el cálculo estructural. Había una clara variación de resistencia soportada conforme se doblaba el canto para la posterior viga. Lo que sí es necesario decir es que este grupo de vigas no está escalonado en todas sus dimensiones; sin embargo, resulta interesante atenerse a este nuevo tipo de estudios que busca considerar la importancia del efecto tamaño a todo tipo de comportamiento estructural.

4.4.1. Estudio de sensibilidad de las propiedades

4.4.1.1. Resistencia a tracción

Como punto importante al simular un modelo numérico que se asemeje fielmente a los especímenes experimentales, es necesario calibrar los parámetros mecánicos iniciales hasta obtener una correcta respuesta estructural del comportamiento de la viga. La razón de esto es que las formaciones de grietas debidas a las tensiones de tracción son la causa principal del fallo del hormigón bajo condiciones de carga de tracción o compresión. En un modelo de grieta difusa, se deben ingresar tres parámetros principales para en el modelo constitutivo del material sometido a tracción: a) la resistencia a la tracción del concreto f_t , b) la función de ablandamiento y (c) la energía de fractura G_f .

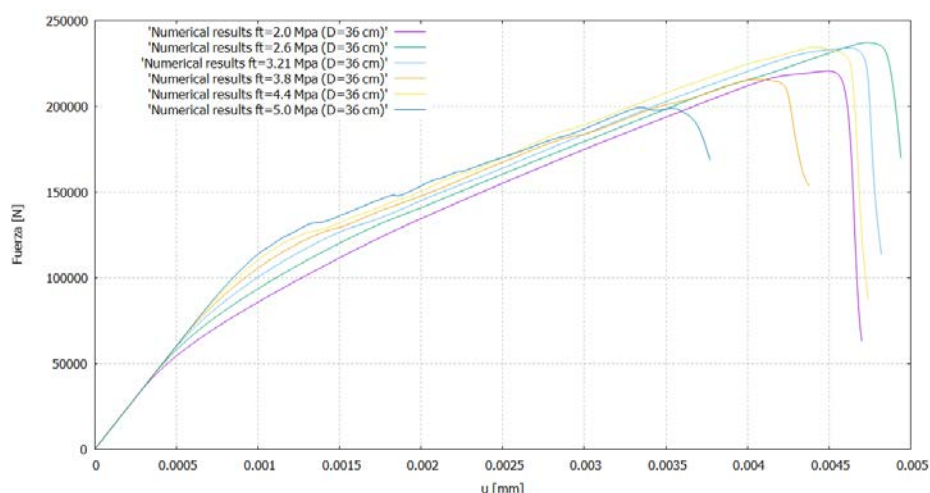


Figura 4.8: Curva comparativa carga-desplazamiento para viga serie S1D36a108 para distintos valores de f_t

La resistencia a tracción del hormigón es una propiedad que tiene una importante influencia en el rendimiento de las vigas reforzadas. No obstante, el valor exacto de la resistencia a tracción sólo se puede determinar con una muestra estadística significativa de ensayos. El objetivo de esta sección es analizar la viga con las mismas propiedades de los materiales, pero variando la resistencia a tracción. La razón de esto es evaluar la incidencia que tendrá este parámetro en el modelo, de forma que se pueda asignar valores coherentes a sus propiedades. La resistencia a la tracción se varió conforme se indica en la Tabla 4.3.

f_t [MPa]	G_f [J/m ²]	E [Mpa]	Carga última [kN]
2.0	120	3.0	220.5
2.6	120	3.0	237.0
3.21	120	3.0	234.2
3.8	120	3.0	215.2

4.4	120	3.0	234.5
5.0	120	3.0	199.0

Tabla 4.2: Resultados de las variaciones de la resistencia a tracción para el análisis numérico de la viga serie S1D36a108

Los valores más altos y bajos fueron significativamente variantes y establecidos de esta manera con el fin de obtener las siguientes conclusiones. En primer lugar, no existe una proporción directa entre el aumento de resistencia a tracción y el aumento de deformación. Por ejemplo, para hormigones de alta resistencia, sea el caso de $f_t = 5.0$ Mpa, el fallo se produce antes que en cualquiera de los otros casos. Este modelo además fue el que presentó un ablandamiento más tendido, a diferencia del resto de modelos en donde la caída de resistencia fue más brusca. En el caso de la viga con $f_t = 2.6$ Mpa, a pesar de tener una resistencia un 20% menor, la carga última alcanza un pico ligeramente mayor, por lo que no necesariamente se puede intuir que a mayores o menores resistencias se tendrá mayores deformaciones. Lo que sí guarda una relación más o menos proporcional es la pendiente de las curvas previo a alcanzar la resistencia máxima. Se observa que los hormigones de mayor resistencia se ubican en las ramas superiores de la gráfica en función del valor f_t . El comportamiento en la parte elástica inicial es similar en todos los casos.

Estos resultados son interesantes ya que sirven para idealizar el comportamiento real de una viga reforzada longitudinalmente, en que el hecho de aumentar la resistencia del hormigón no implica que se podrán resistir esfuerzos mayores. La no proporcionalidad de la carga de falla es causada por el hecho que, aunque la fisura crítica ocurre en la misma ubicación, los correspondientes estados tensionales son distintos en el resto de la viga.

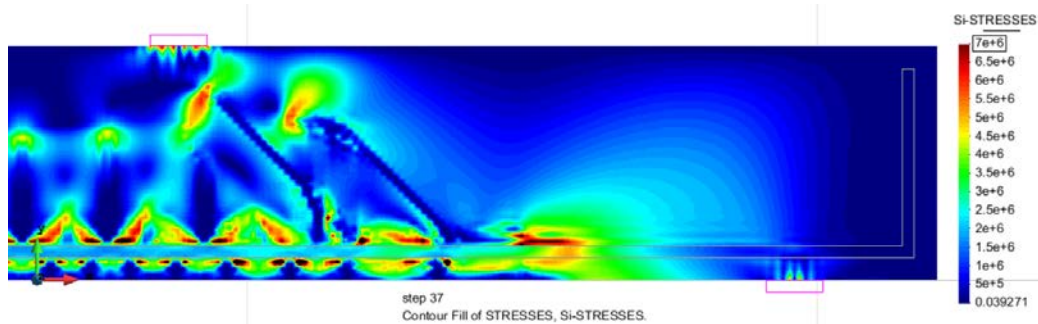


Figura 4.9: Tensiones principales en viga con $f_t = 5.0$ MPa en el paso previo a la rotura

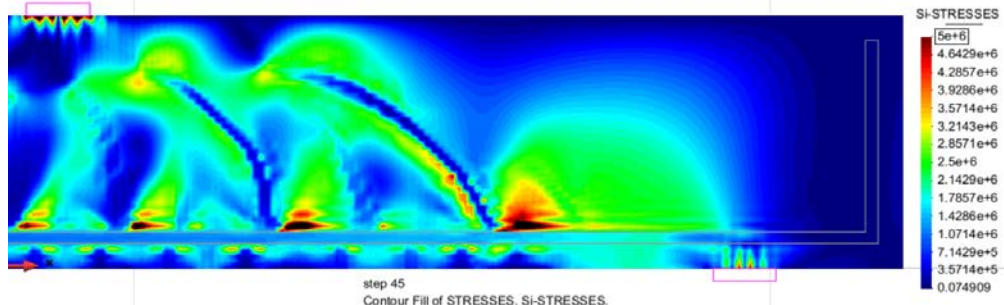


Figura 4.10: Tensiones principales en viga con $f_t = 2.0$ MPa en el paso previo a la rotura

4.4.1.2. Energía de fractura

La energía de fractura es una medida de la cantidad de energía requerida para fracturar completamente una unidad de área de hormigón. La indicación de modo de falla I implica que la condición de carga es solo tensión pura. La energía de fractura también puede ser interpretada como una medida de la ductilidad del material. Un valor de energía cero conducirá a una separación completa del hormigón en caso de violación de la resistencia a la tracción. El aumento de la cantidad de energía de fractura conducirá a mayores tensiones y más ductilidad. La cantidad de energía de fractura, por lo tanto, puede ser de importancia en vigas sometidas a cortante con tensiones críticas donde la formación repentina de grietas es más propensa a aparecer.

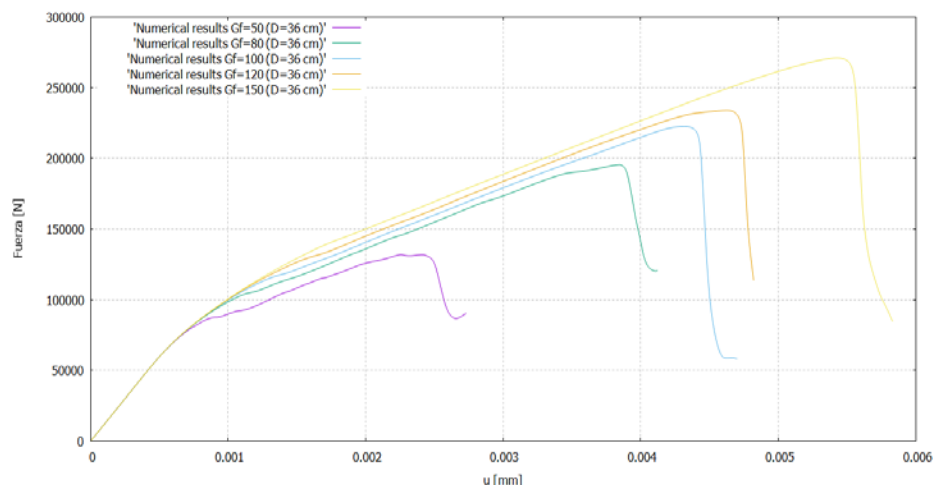


Figura 4.11: Curva comparativa carga-desplazamiento para viga serie S1D36a108 para distintos valores de G_f

Los valores altos de la energía de fractura proporcionan comportamientos más dúctiles en las primeras etapas del proceso de fractura, por lo que es un factor esencial que predice la medida en que se agrietará el elemento. Como se observa en la Fig. 4.5, es una propiedad que se actúa de manera proporcional a su magnitud. Para valores pequeños de G_f , se tienen menores deformaciones y a la vez menores resistencias. Se puede apreciar además que la separación de las curvas es mínima y son paralelas entre sí, por lo que variar la energía de fractura no incide en el comportamiento estructural ya esperado, sino sólo en la carga y desplazamientos máximos.

En la Tabla 4.4 se proporcionan los valores de carga última registrados para las distintas energías de fractura que se usaron como parámetro variacional en una misma viga.

f_t [MPa]	G_f [J/m ²]	E [Mpa]	Carga última [kN]
3.21	50	3.0	131.8
3.21	80	3.0	195.6
3.21	100	3.0	222.7
3.21	120	3.0	234.1
3.21	150	3.0	270.8

Tabla 4.3: Resultados de las variaciones de la energía de fractura para el análisis numérico de la viga serie S1D36a108

Desde un principio, todas las vigas fueron modeladas de forma que no se tengan que considerar condiciones de contorno extras debido a simetrías impuestas. A pesar de ello, en varios modelos se tuvieron inconvenientes del tipo que se producían leves asimetrías, debido principalmente a la

acumulación de errores numéricos de cálculo. En un principio los valores de tensiones y esfuerzos que van variando debido a esta condición parecería ciertamente despreciable, pero en modelos que requieren cierta precisión y optimización de sus parámetros numéricos, esto resulta de vital importancia ya que en estas asimetrías es donde puede iniciar una fisura debió a un desequilibrio de fuerzas. Este fenómeno es muy notorio cuando las cargas se aplican a una tasa no controlada o simplemente cuando la tolerancia es muy baja y se empiezan a acumular errores numéricos de cálculo.

Esto resulta muy interesante ya que en las vigas analizadas por Suchorzewski et al, se toma la mitad del elemento y en el eje de simetría se colocan las condiciones de contorno necesarias para simular el comportamiento de la viga sometida a cargas. Sin embargo, cuando se comparan los resultados, hay ciertas diferencias claras entre ambos modelos ya que de una u otra forma, en modelos que requieren un mayor grado de precisión, estos factores pueden llegar a afectar.

Otro aspecto a tener en cuenta es que ambos modelos de viga fallan de manera asimétrica. Esto significa que los mecanismos de falla también podrían ocurrir en el otro lado de la viga. Por lo tanto, es importante descartar la posibilidad de la aleatoriedad del patrón de grieta y el modo de falla, para asegurarnos de que hemos obtenido los resultados correctos, así como el conjunto de parámetros en óptimos.

4.5. Comparación con los resultados experimentales

Como se observa en la Fig. 4.12, los elementos mixtos predicen muy satisfactoriamente el proceso de falla que tienen los especímenes ensayados experimentalmente. El desarrollo de la curva es previsto muy positivamente, como se observó en la Fig. 4.5. En esta caso, la resistencia va aumenta hasta alcanzar su valor máximo y luego entrar en la zona de plastificación de las armaduras. Para el caso de la viga S1D36a108 (Fig. 4.6), la rigidez es muy semejante al de los especímenes de laboratorio, teniendo una pendiente similar, además de prever muy coherentemente la resistencia máxima, que varía en el orden del 9% con respecto a los resultados experimentales.

En la Fig. 4.12 se observa que el desarrollo de la fractura forma una matriz de fisuras más o menos verticales en la zona donde predomina el momento flector. El modelo prevé bastante bien la formación de una grieta central en el punto medio de la viga donde la flexión es máxima. En cambio, en las zonas cercanas a los apoyos las grietas tienden a dirigirse hacia los puntos de aplicación de la fuerza, formando una inclinación $\pm 45^\circ$. Mientras tanto, en la zona de transición entre los apoyos y el centro de la viga, se da una combinación de esfuerzos en donde las fisuras cambian su inclinación cada vez más vertical conforme se acercan al punto medio donde predominan los esfuerzos de flexión.

La Fig. 4.12.b muestra la eficacia de los elementos mixtos para prever el agrietamiento. Se observan dos fisuras principales luego de pasar el punto de resistencia máxima, las cuales inician a unos 60 cm de los apoyos y se dirigen en forma de arco hacia los puntos de aplicación de la carga. Cabe destacar que el número de grietas intermedias calculadas numéricamente es mayor que el de las observadas en los especímenes ensayados. Esto se puede deber a que los ensayos en laboratorio no muestran las fisuras internas que se forman durante el proceso de carga.

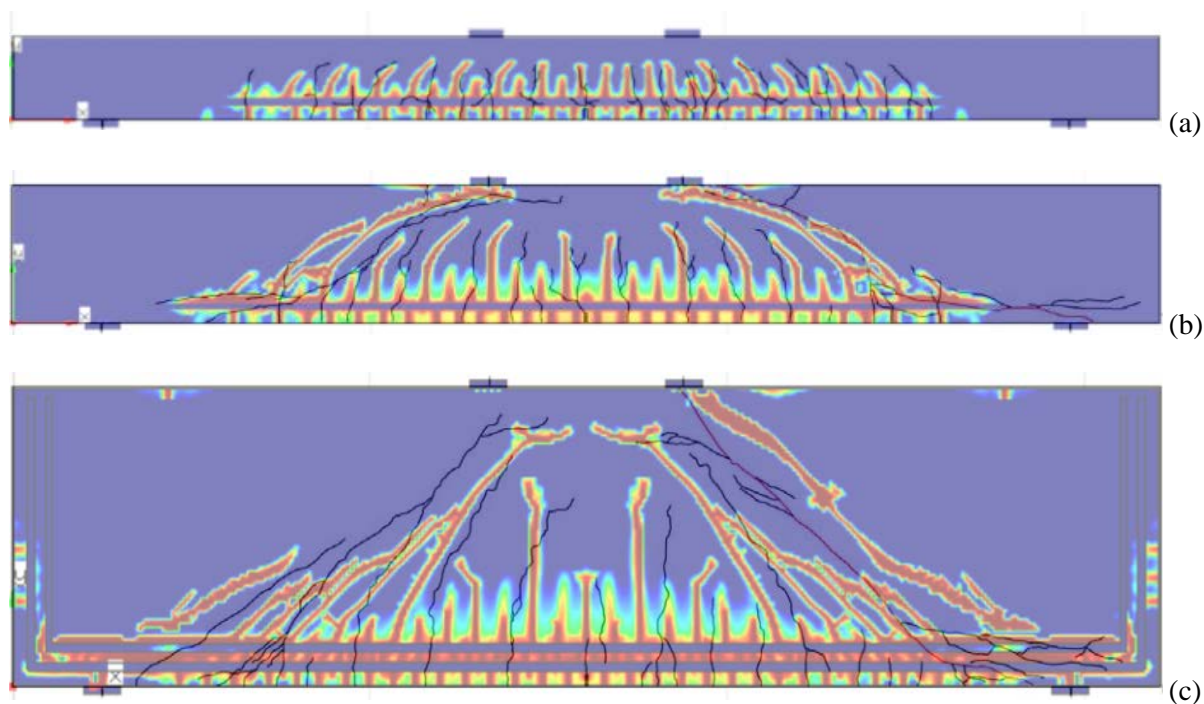


Figura 4.12: Resultados obtenidos numéricamente y comparados con las muestras ensayadas por Suchorzewski et al. [4]

El grado de similitud de los resultados numéricos y experimentales es satisfactorio. La máxima resistencia aumenta conforme incrementa la profundidad D debido a los diferentes modos de falla. La localización del daño que se concentra entre los refuerzos y el hormigón también se considera como válida, ya que para los casos de las series S1D36a108 y S1D72a108, este parece iniciar en la zona de contacto entre ambos materiales. Esto queda muy a la vista en la Fig. 4.12.c, donde en la parte derecha de la viga se concentra una matriz de grietas que termina con el colapso del elemento, y que inician de manera similar al resto de ensayos, pero que poco a poco parecen juntarse y forman la zona de daño. Finalmente, las características generales de los modos de falla (plastificación del refuerzo o mecanismo a cortante del hormigón) fueron satisfactoriamente reflejadas en los cálculos. Existen algunas diferencias esperadas porque se disponen de pocos ensayos, que, a la vez, dependen de los procesos constructivos, el proceso de carga, etc.

CAPITULO 5. CONCLUSIONES Y FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN

En este trabajo se realizó un estudio detallado del comportamiento de las vigas de hormigón con y sin armadura ante dos fenómenos distintos. Por una parte, se modelizaron numéricamente la rotura de las vigas sometidas a esfuerzos cortantes. Por otro lado, se estudiaron la influencia en el comportamiento en las vigas del efecto tamaño. Para ello se utiliza una formulación de elementos finitos mixtos para simular los resultados de diversas campañas experimentales, obteniéndose así resultados de mayor precisión.

5.1. Conclusiones del trabajo

- La formulación de elementos finitos mixtos es capaz de simular el comportamiento mecánico de las vigas sometidas a esfuerzo cortante y a la vez el efecto tamaño observado en los ensayos experimentales.
- El comportamiento mecánico observado en las vigas con y sin refuerzo es muy sensible a las dimensiones de las vigas debido a la energía que almacenan los elementos en función de su tamaño. La resistencia al cortante aumenta al incrementar la altura efectiva de la viga, mostrando la incidencia que tiene el efecto tamaño en las estructuras.
- En ambos casos se han reproducido los resultados obtenidos en laboratorio con gran precisión. Se han alcanzado mecanismos de fallo, curvas-fuerza desplazamiento y distribuciones y trayectorias de fisuras muy parecidas a las observados en los experimentos.
- La resistencia a cortante de las vigas reforzadas incrementa conforme se aumenta la energía de fractura, aunque la misma no crece proporcionalmente a la resistencia a tracción del hormigón.
- La presencia de armadura longitudinal tiene una gran influencia en la resistencia y el mecanismo de fallo de las vigas. La interacción de los dos materiales crea una combinación de esfuerzos en que las zonas de daño se concentran en el contacto del acero y el hormigón.
- En las vigas reforzadas se observan dos modos de falla distintos: la flexión plástica, observada en la fluencia del refuerzo, y cizallamiento en el hormigón, con aparición de grietas inclinadas en función de la combinación dada por el comportamiento flexural y cortante en las vigas.

5.2. Futuras líneas de investigación:

- Implementar un modelo que reproduzca con mayor fidelidad la compleja interacción no lineal entre el hormigón y el acero.
- Estudiar el efecto de la presencia de refuerzo transversal en los fenómenos estudiados. Introducir la presencia de los cercos en las simulaciones.
- Estudiar el efecto del pandeo realizando las simulaciones en la hipótesis de grandes deformaciones.
- Estudiar el fenómeno en estructuras más grandes que trabajen en 3D.

CAPITULO 6. REFERENCIAS

- [1] D. L. L. Segrera, J. Oliver, and A. E. Huespe, "Numerical modeling of the fracture process in reinforced concrete by means of the continuum strong discontinuity approach. Part I: Formulation," *Ing. e Investig.*, vol. 30, no. 2, pp. 5–15, 2010.
- [2] M. Cervera, M. Chiumenti, L. Benedetti, and R. Codina, "Mixed stabilized finite element methods in nonlinear solid mechanics: Part III: Compressible and incompressible plasticity," *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, vol. 285, no. March, pp. 752–775, 2015.
- [3] D. Grégoire, S. Rojas, and Pijaudier-Cabot, "Failure and size effect for notched and unnotched concrete beams," no. February, pp. 1434–1452, 2013.
- [4] J. Suchorzewski, E. Korol, J. Tejchman, and Z. Mróz, "Experimental study of shear strength and failure mechanisms in RC beams scaled along height or length," *Eng. Struct.*, vol. 157, no. March 2017, pp. 203–223, 2018.
- [5] V. O. García-álvarez, R. Gettu, and I. Carol, "Analysis of mixed-mode fracture in concrete using interface," vol. 37, no. February, pp. 187–205, 2012.
- [6] M. Cervera, M. Chiumenti, and R. Codina, "Mixed stabilized finite element methods in nonlinear solid mechanics. Part I: Formulation," *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, vol. 199, no. 37–40, pp. 2559–2570, 2010.
- [7] M. Cervera, G. Barbat, and M. Chiumenti, "Finite element modeling of quasi-brittle cracks in 2D and 3D with enhanced strain accuracy," *Comput. Mech.*, 2017.
- [8] G. Barbat, M. Cervera, and M. Chiumenti, "Appraisalment of planar , bending and twisting cracks in 3D with isotropic and orthotropic damage models," *Int. J. Fract.*, vol. 210, no. 1, pp. 45–79, 2018.
- [9] Z. P. Bazant, "Size effect in blunt fracture: concrete, rock, metal," *J. Engng. Mech. ASCE*, 1984.
- [10] R. D. Rios and J. D. Riera, "Size effects in the analysis of reinforced concrete structures," *Eng. Struct.*, vol. 26, no. 8, pp. 1115–1125, 2004.
- [11] A. Althin and M. Lippe, "Size effects in shear force design of concrete beams," *Lunds Univ.*, 2018.
- [12] C. Y. Jeong, H. G. Kim, S. W. Kim, K. S. Lee, and K. H. Kim, "Size effect on shear strength of reinforced concrete beams with tension reinforcement ratio," *Adv. Struct. Eng.*, vol. 20, no. 4, pp. 582–594, 2017.
- [13] American Concrete Institute - American Society of Civil Engineers (ACI-ASCE) Joint Committee 445, "Recent Approaches to Shear Design of Strucutral Concrete (ACI-ASCE 445R-99)," p. 43, 1999.
- [14] J. Bairán, A. Marí, and S. Mohr, "Estudio del comportamiento del hormigón armado ante esfuerzos normales y tangentes mediante modelos seccionales de interacción completa," pp. 2–6.
- [15] M. Valentí, "Comportamiento a Cortante De Vigas De Hormigón Armadas Longitudinal Y Transversalmente Con Barras FRP," Universidad Politécnica de Catalunya, 2014.
- [16] J. M. van Mier, *Fracture Processes of Concrete*. 1996.
- [17] J. W. Frénay, "Theory and Experiments On The Behaviour Of Cracks In Concrete Subjected To Sustained Shear Loading," *Heron*, Delft, p. 80, 1990.

- [18] A. Marí, A. Cladera, J. Bairán, E. Oller, and C. Ribas, “Un modelo unificado de resistencia a flexión y cortante de vigas esbeltas de hormigón armado bajo cargas puntuales y repartidas,” Universidad Politécnica de Catalunya, 2014.
- [19] F. J. Vecchio and D. Lai, “Crack Shear-Slip in Reinforced Concrete Elements,” vol. 2, no. 3, pp. 289–300, 2004.
- [20] F. Cavagnis, M. F. Ruiz, and A. Muttoni, “An analysis of the shear-transfer actions in reinforced concrete members without transverse reinforcement based on refined experimental measurements,” pp. 1–16, 2017.
- [21] R. Park and T. Paulay, *Estructuras de Concreto Reforzado*. Christchurch, Nueva Zelanda: Editorial Limusa, 1978.
- [22] E. Hernández and L. Gil, *Hormigón Armado y Pretensado*. 2007.
- [23] J. P. Jeong and W. Kim, “Shear Resistant Mechanism into Base Components: Beam Action and Arch Action in Shear-Critical RC Members,” *Int. J. Concr. Struct. Mater.*, vol. 8, no. 1, pp. 1–14, 2014.
- [24] F. Leonhardt, “Reducing the shear reinforcement in reinforced concrete beams and slabs,” *Mag. Concr. Res.*, vol. 17, no. 53, pp. 187–198, 1965.
- [25] D. Coronelli and M. G. Mulas, “Modeling of shear behavior in reinforced concrete beams,” *ACI Struct. J.*, vol. 103, no. 3, pp. 372–382, 2006.
- [26] T. Thomas and B. Claus, “Non-Linear Finite Element Analysis of Shear Critical Reinforced Concrete Beams,” 2009.
- [27] Z. P. Bazant and Q. Yu, “Size Effect in Fracture of Concrete Specimens and Structures : New Problems and Progress,” *Fract. Mech. Concr. Struct.*, vol. 1, no. 5, pp. 153–162, 2004.
- [28] E. Korol and J. Tejchman, “Experimental And Numerical Investigations Of Size Effects In Reinforced Concrete Beams With Steel Or Basalt Bars,” *VIII Int. Conf. Fract. Mech. Concr. Concr. Struct.*, 2013.
- [29] I. Marzec, J. Tejchman, and Z. Mróz, “Numerical analysis of size effect in RC beams scaled along height or length using elasto-plastic-damage model enhanced by non-local softening,” *Finite Elem. Anal. Des.*, vol. 157, no. December 2018, pp. 1–20, 2019.
- [30] K. B. Broberg, “Critical Review Of Some Theories In Fracture Mechanics,” Lund, Sweden: Division of Strength of Materials, 1967, pp. 11–18.
- [31] G. P. Cherepanov, “The propagation of cracks in a continuous medium, Journal of Applied Mathematics and Mechanics,” *J. Appl. Math. Mech.*, pp. 503–512, 1967.
- [32] E. López, “Modelos de fisura cohesiva difusa y fisura cohesiva discreta para materiales cuasifrágiles,” 2011.
- [33] Z. P. Bazant, “Crack band theory for fracture of concrete,” *Mater. Struct.*, pp. 155–177, 1983.
- [34] G. Ávila, “Mecánica de fractura y su aplicación al estudio de agrietamiento de arcillas,” Universidad Politécnica de Cataluña, 2005.
- [35] A. Hillerborg, M. Modéer, and P.-E. Peteson, “Analysis Of Crack Formation And Crack Growth In Concrete By Means Of Fracture Mechanics And Finite Elements,” *Lund Inst. Technol.*, vol. 6, no. CEMENT and CONCRETE RESEARCH, pp. 773–782, 1976.

- [36] J. Planas, M. Elices, G. Guinea, F. Gómez, D. Cendón, and I. Arbilla, “Generalizations and specializations of cohesive crack models,” *Eng. Fract. Mech.*, 2003.
- [37] G. I. Barenblatt, “Concerning equilibrium cracks forming during brittle fracture. The stability of isolated cracks. Relationships with energetic theories,” *J. Appl. Math. Mech.*, vol. 23, no. 5, pp. 1273–1282, 1959.
- [38] Y. . Rashid, “Ultimate Srength Analysis of Pre-stressed Concrete Pressure Vessels,” *Nucl. Eng. Des.*, vol. 7, pp. 334–344, 1968.
- [39] V. Červenka and K. Gerstle, “Inelastic Analysis of Reinforced Concrete Panels: Part I. Theory, Part II: Experimental Verification,” *IABSE*, vol. 31, pp. 32–45, 1971.
- [40] J. Sánchez, “A critical evaluation of computational fracture using a smeared crack approach in MPM,” The University Of New Mexico, 2011.
- [41] M. Jirasek and Z. P. Bazant, “Inelastic Analysis of Structures,” *Aerospace*, no. January 2002, p. 760, 2001.
- [42] A. Simone, “Explicit and implicit gradient-enhanced damage models,” *Rev. Fr. genie*, vol. 11, pp. 1023–1044, 2007.
- [43] J. Simo and J. Ju, “Strain-and stress-based continuum damage models–i. formulation,” *Int. J. Solids Struct.*, pp. 821–840, 1987.
- [44] M. Cervera, M. Chiumenti, and R. Codina, “Mixed stabilized finite element methods in nonlinear solid mechanics Part II : Strain localization,” *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, vol. 199, no. 37–40, pp. 2571–2589, 2010.
- [45] F. Brezzi and M. Fortin, “Mixed and Hybrid Finite Element Method,” in *Springer-Verlag*, no. May, 1991.
- [46] F. Brezzi, M. Fortin, and D. Marini, “Mixed finite element methods with continuous stresses,” *Math. Model. Meth. Appl. Sci.*, vol. 3, pp. 275–287, 1993.
- [47] A. Gil, C. Lee, J. Nonet, and M. Aguirre, “A stabilized Petrov– Galerkin formulation for linear tetrahedral elements in compressible, nearly incompressible and truly incompressible fast dynamics,” *Comp Method Appl Mech Eng*, pp. 276:659–690, 2014.
- [48] N. Lafontaine, R. Rossi, M. Cervera, and M. Chiumenti, “Explicit mixed strain-displacement finite element for dynamic geometrically non-linear solid mechanics,” *Comput Mech*, pp. 55:543–559, 2015.
- [49] M. Cervera, “Size effect and localization in J2 plasticity,” *Int J Solid Struct*, pp. 46:3301–3312, 2009.
- [50] L. Benedetti, M. Cervera, and M. Chiumenti, “3D modelling of twisting cracks under bending and torsion skew notched beams,” *Eng Fract Mech*, pp. 176:235–256, 2017.
- [51] D. C. Feng and J. Y. Wu, “Phase-field regularized cohesive zone model (CZM) and size effect of concrete,” *Eng. Fract. Mech.*, vol. 197, no. April, pp. 66–79, 2018.
- [52] M. A. Crisfield, “A Faster Modified Newton-Raphson Iteration,” *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 1979.
- [53] Z. P. Bazant and J. Planas, *Fracture and Size Effect in Concrete and Other Quasibrittle Materials*. 1997.

- [54] E. Syroka-korol, J. Tejchman, and Z. Mróz, “FE analysis of size effects in reinforced concrete beams without shear reinforcement based on stochastic elasto-plasticity with non-local softening,” *Finite Elem. Anal. Des.*, vol. 88, pp. 25–41, 2014.
- [55] E. Syroka-korol, J. Tejchman, and Z. Mróz, “FE calculations of a deterministic and statistical size effect in concrete under bending within stochastic elasto-plasticity and non-local softening,” *Eng. Struct.*, pp. 205–219, 2012.